

Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : le PLIOX

Claire Guille-biel Winder

► **To cite this version:**

Claire Guille-biel Winder. Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : le PLIOX. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM), 2014, 19, pp.103-128. hal-01480869

HAL Id: hal-01480869

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01480869>

Submitted on 1 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE D'UNE SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES PAR PLIAGE EN CYCLE 2 : LA SITUATION DU PLIOX

Claire Guille-Biel Winder

Abstract. Situation of reproduction of figure by folding : PLIOX. This work presents the study of a situation of reproduction of figure by folding which is called a PLIOX (Guille-Biel Winder, 2013). We put this situation as a spatial problem into the 3D micro-space (Berthelot & Salin, 1992). If we consider it as a geometrical problem, we identify that G1 is the corresponding geometric paradigm (Houdement & Kuzniak, 2000 & 2006), we analyze the function of this situation for the development of the geometrical thought (Van Hiele, 1986), we use a cognitive and semiotic point of view (Duval, 1995) to see that the situation uses shape modifications (decompositions and reconfigurations), as well as positional modifications. We finally identify various didactic variables and mathematical knowledges at stake. This work leads us to the presentation and analysis of different phases of PLIOX situation.

Résumé. Ce travail, issu d'un mémoire de recherche, présente l'étude d'une situation de reproduction de figure par pliage à l'aide d'un matériel que nous appelons un PLIOX (Guille-Biel Winder, 2013). En tant que problème spatial nous plaçons cette situation dans le micro-espace 3D (Berthelot & Salin, 1992). En tant que problème géométrique, nous identifions G1 comme paradigme correspondant (Houdement & Kuzniak, 2000 & 2006), précisons la place et le rôle de la situation dans le développement de la pensée géométrique (Van Hiele, 1986), puis selon un point de vue cognitif et sémiotique (Duval, 1995) nous mettons en évidence des modifications métréologiques (décompositions et reconfigurations), ainsi que des modifications positionnelles convoquées. Nous identifions enfin différentes variables didactiques, ainsi que les connaissances en jeu. Ceci nous conduit à la présentation et à l'analyse des différentes phases de la situation.

Mots-clés. Géométrie, paradigme géométrique, pensée géométrique, reproduction, pliage, rapport aux figures, théorie des situations didactiques, variable didactique, école primaire.

Introduction

Dans cet article, nous nous intéressons à une activité destinée à de jeunes élèves de primaire (cycle 2, élèves âgés de 6 à 8 ans environ) qui concerne des reproductions de figures planes hors de l'environnement papier-crayon, et qui est présentée comme suscitant « immédiatement l'adhésion des élèves » (Favrat & al, 2006, p.5). L'adaptation qui en a été réalisée pour en faire une situation de formation pour les maîtres nous a conduit au même constat : cette situation semble avoir un potentiel attractif certain ! Or une activité « réussie » du point de vue de l'engagement des élèves n'est pas obligatoirement une activité dans laquelle les élèves apprennent¹ ...

104

La méthodologie d'analyse retenue de la situation didactique se situe dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques, qui « consiste à modéliser non seulement les connaissances que l'on veut enseigner ou celles qu'un sujet apprend, mais aussi les conditions dans lesquelles elles se manifestent » (Brousseau, 2000, p.3). Le premier paragraphe est alors consacré à la définition d'une situation didactique générique au sens de Brousseau, que nous appelons la situation du PLIOX et que nous cherchons à analyser.

Une telle situation peut-elle faire partie du champ des problèmes géométriques ? De quelle « géométrie » parle-t-on ? Quelle est la place de la situation du PLIOX dans le développement de la pensée géométrique ? Le deuxième paragraphe est consacré à l'étude du champ de problèmes dans lequel nous plaçons la situation du PLIOX en référence, pour l'aspect spatial, aux travaux de (Brousseau, 1983), (Galvez, 1985) et (Berthelot & Salin, 1992). Concernant l'aspect géométrique, nous précisons la notion de figure en accord avec (Perrin-Glorian & al, 2004, 2005, 2013), et identifions le paradigme géométrique correspondant (Houdement & Kuzniak, 2000, 2006). Puis ce dernier cadre théorique

¹ Un exemple de cas emblématique est étudié dans (Margolinas & Laparra, 2008).

Guille-Biel Winder C. (2014). Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : la situation du PLIOX. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 19. 103-128

nous permet de préciser le lien qui existe entre les modes de pensée que sont l'intuition, l'expérience et la déduction et l'activité proposée par la situation du PLIOX. Ceci nous conduit à identifier la place et le rôle de la situation du PLIOX dans l'articulation des niveaux de la pensée géométrique (Van Hiele, 1986) en nous appuyant sur une adaptation de ses travaux réalisée par (Kuzniak & Rauscher, 2003).

Quelle est la potentialité mathématique et didactique de la situation du PLIOX ? Puisque les activités de reproduction de figures nécessitent une analyse préalable de ces figures qui demande « un changement de regard », la situation du PLIOX est-elle l'une des étapes possibles permettant de faire évoluer le rapport aux figures des élèves ? Dans le troisième paragraphe, nous explorons la situation mathématique afin d'en dégager les caractéristiques du problème géométrique selon un point de vue cognitif et sémiotique portant sur le rapport aux figures (Duval, 1988, 1995, 2003). Nous sommes alors en mesure d'identifier, dans une quatrième partie, les variables didactiques.

Quelles sont les connaissances mathématiques intrinsèques à la situation, c'est-à-dire indépendantes de l'enseignant ? L'analyse de différents modèles présentée dans la cinquième partie, nous conduit à la mise en évidence des connaissances mathématiques en jeu dans la situation (sixième paragraphe). Enfin le dernier paragraphe porte sur l'analyse *a priori* accompagnée d'éléments d'analyse *a posteriori* des différentes phases de la situation du PLIOX, dans l'objectif d'identifier des conditions nécessaires permettant au cycle 2 l'émergence et le développement de ces connaissances. 105

1. Présentation de la situation du PLIOX

1.1. Le matériel

Un PLIOX est un carré de papier présentant sur une face quatre zones également carrées et colorées en rouge, bleu, vert et jaune, zones comme ci-dessous.



Figure 1. Le PLIOX recto et verso

Nous avons choisi la dénomination particulière de « PLIOX » pour dissocier la forme géométrique de l'artefact au sens de (Rabardel, 1995) : un artefact est en effet défini comme une « chose ayant subi une transformation d'origine humaine visant une finalité » (Houdement & Kuzniak, 2006, p.186).

À partir d'un PLIOX il est possible de réaliser différentes formes planes colorées selon un ensemble de pliages autorisés. Ainsi le PLIOX est un artefact qui prend le statut d'instrument dès lors qu'il est demandé de reproduire un modèle en le pliant.

1.2. Définition de la situation générique

On considère alors la situation générique suivante :

Reproduire une figure modèle obtenue par pliage effectif d'un PLIOX.

Les directions des plis autorisés sur le PLIOX correspondent aux axes de symétrie du carré (ses diagonales et ses médianes), ainsi qu'aux axes de symétrie des carrés que nous appellerons « carrés secondaires », c'est-à-dire des quatre carrés de couleur (leurs diagonales et leurs médianes). Elles sont présentées dans la figure 2.

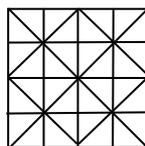


Figure 2. Directions de plis autorisés

Pour décrire les pliages, on dénommera « diagonale secondaire » (respectivement « médiane secondaire ») toute diagonale (respectivement toute médiane) d'un carré secondaire qui n'est pas confondue avec une diagonale (respectivement une médiane) du PLIOX.

2. Type de problème proposé par la situation du PLIOX

106

La situation du PLIOX correspond à un « origami » particulier, et se déroule donc sur le mode concret selon la terminologie employée par (Duval & Godin & Perrin-Glorian, 2005, p.16), c'est-à-dire dans le monde sensible. Ainsi, nous pouvons considérer la situation du PLIOX selon deux points de vue que nous développons dans la partie suivante : spatial et géométrique.

2.1. Un problème spatial

Comme toute situation de reproduction par pliage d'une feuille de papier, la situation du PLIOX est un *problème spatial* au sens de (Salin, 2008, p.3) :

- il se réalise dans l'espace sensible par une action – un ou plusieurs pliages ;
- la validation est faite par le sujet qui compare perceptivement le résultat de son pliage avec le modèle ;
- le langage permet de communiquer des informations qui peuvent se substituer à la perception.

En reprenant les caractéristiques des différentes tailles d'espace sensible (Berthelot & Salin, 1992, pp. 102-103), nous identifions celles relatives à la situation du PLIOX :

- le PLIOX est accessible à la manipulation et en particulier aux actions suivantes : tourner, retourner, plier, déplier ; le PLIOX est également accessible à la vision ;
- tous les déplacements du PLIOX par rapport à l'élève ainsi que ceux de l'élève sont possibles ;
- l'élève est extérieur à l'espace considéré ;
- l'espace est autour du PLIOX.

L'espace considéré correspond en outre à l'espace des interactions liées à la manipulation du PLIOX. De plus, le PLIOX est un petit objet 3D très plat et l'action de plier est un geste 3D, la coordination étant tactile et visuelle. Ainsi la situation du PLIOX se situe dans le micro-espace 3D. Plus généralement, une analyse similaire conduirait à situer toute situation de reproduction par pliage d'une feuille de papier (comme les origamis) dans le micro-espace 3D.

2.2. Un problème géométrique

La forme 2D évoquée par le PLIOX correspond à une figure géométrique sur laquelle apparaissent d'autres figures géométriques. Par « figure » à l'école élémentaire, nous entendons « dessin qui a des propriétés qu'on pourrait préciser dans le cadre de la géométrie théorique en le considérant comme une représentation d'une figure géométrique ; ces propriétés se traduisent par des propriétés visuelles contrôlables avec des instruments. » (Duval & Godin & Perrin-Glorian, 2004, p. 13). Ainsi « une figure ne se limite (...) pas à un tracé avec les instruments de géométrie usuels sur papier ou sur un écran d'ordinateur ; elle [peut] être obtenue aussi par un assemblage de formes par juxtaposition ou superposition. » (Perrin-Glorian & Mathé & Leclerc, 2013, p. 12). Par conséquent, reproduire des figures par assemblage ou par pliage de pièces de papier ou de carton – ce qui correspond à la situation du PLIOX – est pour nous une activité de géométrie.

107

2.2.1. Paradigme correspondant à la situation du PLIOX

La situation PLIOX conduit à un ensemble de problèmes géométriques de reproductions de figures. Or les pliages, au même titre que les découpages et les constructions à la règle et au compas, constituent même « la base de [l'] approche expérimentale, qui peut être déjà développée à l'école » (Houdement & Kuzniak, 2006, p.180). De plus, dans cette situation, la validation est perceptive par comparaison visuelle entre le modèle à reproduire et le résultat du pliage effectué. En faisant référence au cadre théorique défini par Houdement & Kuzniak, *le paradigme correspondant à la situation du PLIOX est alors la géométrie G1*, car elle est principalement caractérisée comme ne s'affranchissant pas de la réalité. Plus précisément, il est possible de spécifier le lien qui existe entre les modes de pensée que sont l'intuition, l'expérience et la déduction et l'activité géométrique proposée dans la situation du PLIOX.

2.2.2. *Intuition, expérience et déduction dans la situation du PLIOX*

On constate que la situation du PLIOX propose essentiellement des activités liées à l'expérience et à l'intuition. En effet, la situation du PLIOX nécessite « l'exécution d'un certain mouvement, la mise en œuvre d'actions spécifiques (sans enchaînement déductif) pour répondre à la consigne » (Houdement & Kuzniak, 2000, p.102) : l'action principale correspond à des pliages selon des directions correspondant à des axes de symétrie du carré ou des carrés secondaires. Par conséquent, la situation du PLIOX est liée à l'expérience. Mais à l'école élémentaire « cette expérience est souvent liée à une action », bien que « les actions effectives ne soient pas toujours des cas d'expérience » (ibid). Ainsi le pliage d'un carré en deux selon l'un de ses axes de symétrie est une expérience qui conduit à un rectangle ou à un triangle (et les diverses expériences liées à la répétition de cette action nourrissent l'intuition), mais cette action ne conduit pas forcément à l'apprentissage du fait qu'un carré partagé en deux peut donner un rectangle ou un triangle. Nous faisons l'hypothèse que la verbalisation de cette action peut le permettre (voir partie 7).

Par ailleurs, l'analyse de la figure modèle à reproduire nécessite à la fois :

- la reconnaissance des figures élémentaires qui le composent, ce qui peut être immédiat ou pas selon la disposition des différentes figures ;
- la prise en compte des positions des différentes figures élémentaires dans la figure modèle, qui peut être implicite notamment lorsque la reproduction n'exige qu'un seul pliage.

D'autre part, l'anticipation du pliage se réfère à une connaissance *a priori* de l'effet du pliage, construite à l'issue de l'expérience. Ainsi on identifie dans la situation du PLIOX les deux classes d'activités liées à l'intuition :

- le groupe « des activités reposant sur la perception immédiate », c'est-à-dire « tout ce qui place du côté d'une certaine évidence mais qui simultanément donne du sens » (ibid), par exemple lorsque certaines figures élémentaires sont dans des positions non prototypiques ;
- le groupe « des activités qui reposent sur une connaissance antérieure forte de la forme, de l'objet et où une construction mentale n'est pas nécessaire pour répondre à la consigne » (ibid), par exemple lorsque la reconnaissance des figures est immédiate.

2.2.3. *Place et rôle de la situation du PLIOX dans l'articulation des niveaux de pensée géométrique*

Il a été précédemment remarqué que la situation du PLIOX proposait des activités essentiellement liées à l'expérience et l'intuition. Elle fait appel à la reconnaissance visuelle de formes ce qui correspond au niveau 0 de (Van Hiele, 1986). Par ailleurs, les figures proposées, plus ou moins complexes, le sont selon diverses orientations, et la manipulation du matériel permet d'en jouer. De plus, une incitation à une analyse des figures modèles ainsi qu'à une justification de l'identification des formes peut conduire, par répétition de l'action, à des connaissances notamment portant sur certaines propriétés du carré, ce qui se situe au niveau 1. Cette analyse est en cohérence avec le fait que la géométrie G1 proposée à l'école primaire s'étend sur les trois premiers niveaux (Kuzniak & Rauscher, 2003). En revanche, aucune déduction n'entre *a priori* en jeu : le niveau 2 n'est pas visé. Par conséquent, cette situation reste essentiellement au niveau 0 et il se peut qu'elle aide les élèves à passer au niveau 1 en particulier si l'enseignant agit en ce sens.

3. **Explorations mathématique et didactique**

En reprenant l'hypothèse selon laquelle la manière de regarder ce que les figures donnent à voir « est un point clé dans le rapport des élèves à la géométrie » (Duval & Godin & Perrin-Glorian, 2005, p. 9), nous nous intéressons à la potentialité de la situation du PLIOX de faire évoluer le rapport aux figures des élèves. Pour cela, nous nous appuyons sur les travaux de Duval, notamment sur la notion d'unité figurale (Duval, 1995 & 2003), sur les niveaux d'appréhension des figures géométriques – appréhension perceptive, appréhension opératoire, appréhension discursive – (Duval, 1995), et plus particulièrement sur l'appréhension opératoire des modifications possibles d'une figure – modifications méréologiques, optiques, positionnelles (Duval, 1988 & 1995). Dans ce qui suit, nous identifions les éléments figuraux en jeu, puis les modifications convoquées *a priori* dans la situation PLIOX.

3.1. Éléments figuraux potentiels

Les différentes descriptions nécessitent l'utilisation d'un vocabulaire didactique spécifique que nous précisons :

- le PLIOX plié (ou pas) est un objet matériel qui possède un contour : on appellera *figure externe* ce qui correspond au contour de l'objet ; la figure externe du PLIOX est un carré ;
- le PLIOX plié (ou pas) est également un objet dans lequel il y a une ou plusieurs zones de couleur qui attirent le regard : ces différentes surfaces sont monochromes ; on les appellera *figures internes* ; les figures internes sont indépendantes des marques de plis présentes sur le PLIOX ; le PLIOX est colorié en quatre zones de différentes couleurs : il possède donc quatre figures internes qui sont quatre carrés et que nous nommerons *les carrés secondaires* ;
- la prise en compte des plis fait apparaître des surfaces monochromes plus petites que les figures internes qui forment des décompositions figuraux de celles-ci : on parlera alors de *sous-figures monochromes* ;
- enfin, certaines sous-figures sont polychromes : elles sont composées de sous-figures monochromes et/ou de figures internes.

Par exemple, en considérant le PLIOX plié comme sur la Figure 3 : la figure externe est un pentagone ; il y a trois figures internes – un carré secondaire vert et deux triangles (un rouge et un bleu) ; parmi les sous-figures monochromes on identifie deux petits triangles bleus (qui décomposent la figure interne bleue), quatre carrés verts, deux triangles verts ou quatre plus petits ; la composition de deux de ces sous-figures monochromes (triangles vert et rouge) forme une sous-figure polychrome qui est un carré.

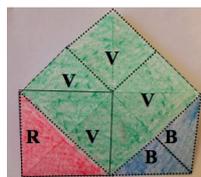


Figure 3. Un pliage du PLIOX

Nous présentons maintenant les objets mathématiques inhérents à la situation.

3.1.1. Figures externes

Les différents pliages du PLIOX selon les directions privilégiées conduisent à une multitude de figures externes qui sont des polygones convexes, parmi lesquelles :

- des carrés de différentes tailles ;
- des rectangles non carrés de différentes tailles ;
- des triangles isocèles rectangles de différentes tailles ;
- des parallélogrammes quelconques de différentes tailles ;
- des trapèzes isocèles (non rectangles), des trapèzes rectangles (non isocèles) ainsi que des quadrilatères quelconques ;
- mais également des pentagones (non réguliers) ...

3.1.2. Figures internes

Le jeu des couleurs fait apparaître une décomposition méréologique dont les éléments figuraux 2D correspondent aux figures internes. Il existe exactement sept types de figures internes possibles dans chaque couleur qui peuvent apparaître dans des PLIOX pliés :

- deux carrés : un carré secondaire et un petit carré ;
- un rectangle ;
- trois triangles isocèles rectangles ;
- un trapèze rectangle.

3.1.3. Figures polychromes

Le jeu des couleurs conduit à des PLIOX pliés différents mais ayant la même figure externe composée du même type de figures internes et obtenus par les mêmes principes de pliage :

- soit par un choix différent de direction de plis (voir exemple ci-dessous) ;

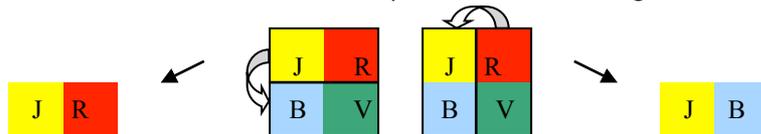


Figure 4. Deux pliages possibles selon une médiane

- soit selon les mêmes directions de pli mais avec certains sens de rotation différents (voir exemple ci-dessous).

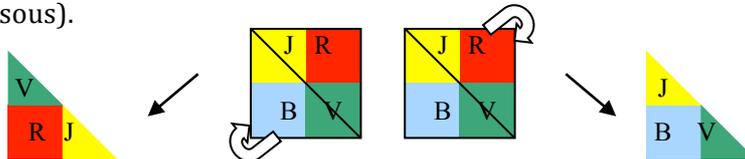


Figure 5. Deux résultats possibles pour un même pliage

Par conséquent les directions de plis suivant les axes de symétrie du grand carré et des carrés « secondaires » ainsi que les différents sens de rotation éventuellement possibles conduisent à de nombreuses figures polychromes ou monochromes.

Quelques-unes d'entre elles sont présentées dans ce qui suit, selon le nombre minimum de pliages nécessaires pour les réaliser :

- Sans pliage, la figure externe visible est le grand carré lui-même, les figures internes visibles sont les quatre carrés secondaires.
- Avec un pliage, les différentes possibilités envisageables dépendent du choix du pli (il y en a donc quatre) : elles sont présentées Figure 6.

| <i>Un pliage selon...</i> | Figure externe | Figures internes |
|---|---------------------------------|-------------------------------------|
| <i>...une médiane</i> | 4 rectangles | 2 carrés secondaires |
| <i>... une médiane secondaire</i> | 4 rectangles | 2 carrés secondaires ; 2 rectangles |
| <i>... une diagonale</i> | 4 triangles rectangles isocèles | 1 carré secondaire ; 2 triangles |
| <i>... une diagonale secondaire</i> | 4 pentagones | 3 carrés secondaires ; 1 triangle |

Figure 6. Figures pouvant être obtenues avec un seul pliage

- Avec deux pliages, il existe 10 possibilités pour le choix des deux plis parmi : médiane, médiane secondaire, diagonale, diagonale secondaire ; chaque choix conduit lui-même à différentes figures.



Figure 7. Deux exemples de figures pouvant être obtenues avec deux pliages (au moins) : selon une diagonale et une diagonale secondaire.

De plus, de nouveaux carrés peuvent également apparaître comme figures externes pouvant être obtenues par au moins quatre pliages. Des exemples sont donnés Figure 8.



Figure 8. Carrés obtenus par pliage selon les quatre diagonales secondaires, puis selon les quatre médianes secondaires

3.1.4. Mise en évidence d'éléments figuraux 1D particuliers

Les éléments figuraux 1D apparaissent, sous forme de plis, en fonction des pliages que l'on est amenés à faire, mais ne sont pas marqués par des traits ; seules les deux médianes du PLIOX sont matérialisées comme frontières des zones colorées. Les éléments 1D progressivement mis en évidence par les premiers pliages de l'activité correspondent aux directions de plis privilégiées : les médianes du PLIOX, puis ses diagonales, c'est-à-dire ses axes de symétrie. Les pliages suivants selon de nouveaux axes de symétrie, font apparaître les diagonales et médianes secondaires, ce qui conduit à un réseau de droites plus important.

Ce nouveau réseau permet alors dans un deuxième temps de mettre en avant sur le PLIOX de nouvelles figures dont certaines posséderont également des axes de symétrie. Cette évolution est présentée Figure 9. En outre, ce réseau apparaît sans interférence avec les couleurs sur le verso du PLIOX.

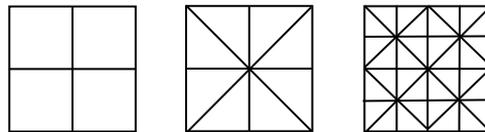


Figure 9. Un réseau de droites qui évolue

3.2. Modifications convoquées a priori

Par suite de la partie 3.1, nous constatons que pour chaque figure externe des modifications de type méréologique sont convoquées par la présence des figures internes colorées. De plus, les quatre axes de symétrie du PLIOX (ses diagonales et ses médianes) permettent des pliages en parties superposables. Cette spécificité du matériel a une incidence au niveau de l'appréhension des figures. En effet, la situation du PLIOX met en lumière des décompositions particulières du carré en unités figurales 2D, donc du même nombre de dimensions que la figure de départ, qui dépendent de la manière de plier : ces décompositions méréologiques peuvent être strictement homogènes, homogènes ou hétérogènes. Les Figure 10 et 11 en présente quelques-unes.

Par conséquent, il est possible de « voir » sur le PLIOX et sur les modèles proposés d'autres décompositions méréologiques que celles mises en évidence par le jeu des couleurs et qui mettent en jeu des reconfigurations de sous-figures.

Par ailleurs, le coloriage en quatre zones colorées induit une orientation du PLIOX et des figures obtenues par son pliage, ce qui peut convoquer des modifications positionnelles.



Figure 10. Les deux décompositions méréologiques strictement homogènes du carré induites par pliage selon les médianes (à gauche) puis les deux décompositions méréologiques hétérogènes induites par pliage selon les diagonales secondaires (à droite)

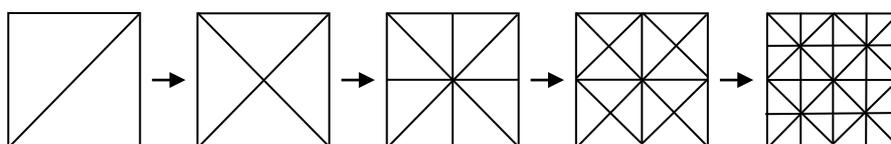


Figure 11. Les cinq décompositions méréologiques homogènes du carré induites par pliage selon les diagonales

4. Variables didactiques

Dans cette partie sont présentées différentes variables didactiques de la situation.

4.1. Différentes modalités de présentation du modèle à reproduire

Les modalités de présentation du modèle envisagées sont classées selon deux grandes familles notées P (pour « PLIOX ») et R (pour « Représentation »).

4.1.1. Modalité P

Le modèle est présenté par le maître sous forme de pliage d'un PLIOX préalablement effectué hors de la vue des élèves. Le support du maître est donc identique à celui des élèves : il s'agit d'une reproduction à échelle 1, ce qui donne des informations aux élèves en ce qui concerne sa taille. La présence des plis, voire l'épaisseur du modèle, constituent également des indices non négligeables. Le modèle reste disponible aux yeux des élèves.

Plusieurs variations peuvent être envisagées, en fonction de la possibilité de manipulation plus ou moins grande du modèle :

- le modèle reste éloigné et non manipulable (par exemple affiché au tableau) ;
- le modèle reste éloigné (par exemple affiché au tableau), mais il est possible pour les élèves de venir tourner et retourner, sans le déplier, un deuxième modèle identique placé par exemple sur le bureau du maître ;
- le modèle est affiché au tableau mais chaque élève possède un modèle qu'il peut manipuler à sa guise.

114

Une plus grande liberté dans la manipulation conduit à une prise d'indices moins importante concernant notamment le nombre et la nature des pliages nécessaires, ce qui nécessite alors une part moins importante de l'intuition.

Lorsque le modèle n'est pas manipulable mais affiché sur le plan fronto-parallèle, l'appréhension opératoire de celui-ci convoque des modifications positionnelles en plus des modifications méréologiques induites par le jeu des couleurs.

4.1.2. Modalité R

La figure modèle est présentée par le maître sous forme d'un dessin ou d'une photo d'un pliage de PLIOX. Il existe plusieurs manières de procéder, le modèle peut être dessiné au tableau ou sur une affiche, rétroprojeté ou vidéoprojeté, et dans ce cas, il reste éloigné des élèves. Il peut également être dessiné sur une feuille distribuée à chaque élève. Cette modalité nécessite une intuition plus forte que la modalité P. Dans ce cas, l'appréhension opératoire de la figure modèle convoque modifications méréologiques et positionnelles.

La modalité R permet également la présentation d'une figure modèle impossible à réaliser avec le PLIOX, conduisant à l'explicitation des positions relatives de différentes zones de couleur.



Figure 12. Un exemple de modèle impossible.

Plusieurs sous-modalités peuvent être envisagées :

- modalité R_1 : le dessin (ou la photo) est à la même échelle que le PLIOX, et dans ce cas, la reproduction s'effectue à échelle 1 ; la présentation d'une photographie peut donner des informations concernant les plis (tout en empêchant la manipulation du modèle), alors que s'il s'agit d'un dessin, ces informations ne sont plus accessibles aux élèves ; dans le cas où le dessin (ou la photo) du modèle est distribué à chaque élève, la comparaison par superposition directe entre le pliage du PLIOX obtenu par l'élève et le modèle est alors possible ;
- modalité $R_{\text{échelle}}$: le dessin (ou la photo) se présente à une échelle différente de celle du PLIOX, et dans ce cas l'information concernant la taille n'est plus accessible (de même que celle

concernant les plis s'il s'agit d'un dessin, voir ci-dessus); la reproduction est un agrandissement ou une réduction ; l'appréhension opératoire de la figure modèle convoque des modifications optiques en plus des modifications déjà citées.

4.2. Position du modèle présenté

La position du modèle lors de sa présentation peut faciliter ou non l'identification des figures présentes dans la figure modèle. Elle peut en outre nécessiter une modification positionnelle.

4.3. Modèle à reproduire

Selon la figure modèle que l'on choisit, les procédures diffèrent et l'activité est rendue plus ou moins complexe. Plusieurs facteurs rentrent en ligne de compte.

Le nombre de pliages nécessaires à la reproduction peut être un facteur de difficultés. On parlera de type T_n pour une figure modèle nécessitant au minimum n pliages. Mais le nombre de figures internes, leurs positions relatives, ainsi que la position qu'elles occupent, interviennent également en jouant sur l'identification perceptive et sur l'appréhension opératoire (modifications méreologiques et/ou positionnelles). De plus, l'utilisation des parties déjà pliées peut rendre l'activité plus difficile selon qu'on travaille uniquement à partir du « recto » du PLIOX ou qu'on doit prendre en compte également le « verso », comme par exemple le modèle de la Figure 13 qui nécessite un pliage « par-devant » le PLIOX.



Figure 13. Un modèle de type T_3 difficile à réaliser !

Le marquage préalable sur le PLIOX des plis nécessaires à la reproduction du modèle est également à prendre en compte. En effet, lorsque que les plis nécessaires n'apparaissent pas sur le PLIOX, l'élève doit identifier le pliage à réaliser ; ceci rend également l'activité plus difficile. Pourtant, la résolution des problèmes de reproduction correspondants ne nécessite pas une identification de « tracés » organisateurs au sens de Duval², puisque ces « tracés » n'apparaissent qu'après réalisation du pliage : il n'y a donc pas déconstruction dimensionnelle.

On peut enfin remarquer qu'il existe des modèles plus ou moins ambigus en termes de choix de plis. On dira d'une modèle qu'il est *ambigu* lorsque le choix de plis différents mais parallèles aux directions de pli privilégiées conduit à une figure « ressemblante » mais qui ne lui est pas isométriquement équivalente, c'est-à-dire qui respecte l'alignement, le milieu, le parallélisme, les positions des objets les uns par rapport aux autres, leur orientation, mais pas les rapports de longueur. L'ambiguïté d'une figure modèle est plus importante lorsque les directions de plis nécessaires n'apparaissent pas sur le PLIOX. La figure modèle 1.3 en est un exemple (voir la partie suivante ainsi que la Figure 15).

5. Analyse de quelques modèles

L'analyse de quelques figures modèles est présentée dans cette partie. Ce travail permettra de mettre en évidence dans le paragraphe suivant les connaissances en jeu dans la situation PLIOX.

5.1. Analyse de quelques modèles de type T_1

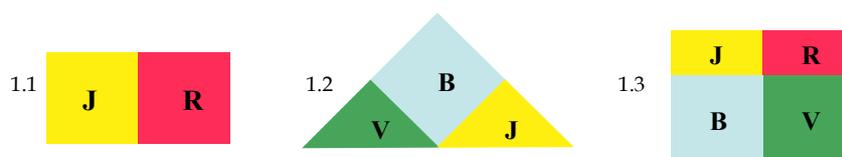


Figure 14. Des modèles de type T_1

² Les « tracés organisateurs » sont « tous les tracés permettant de réorganiser une figure donnée en vue d'y faire apparaître des formes non reconnaissables dans cette donnée. » (Duval, 2005) p.18

Analyse de la figure modèle 1.1. Ce premier modèle est assez simple à réaliser. Il est composé de deux carrés secondaires mis en évidence par coloriage ; le pli nécessaire à sa reproduction correspond à une médiane. En outre, ce modèle met en évidence une première relation entre le carré et le rectangle : le partage en deux parties du carré conduit à un rectangle.

Analyse de la figure modèle 1.2. Le pli nécessaire s'effectue sur la diagonale du PLIOX, qui apparaît comme une nouvelle droite partageant celui-ci en deux parties superposables. Cette droite correspond donc à un axe de symétrie de la figure externe du PLIOX, mais également à un axe de symétrie de deux figures internes du PLIOX (le carré secondaire vert et le carré secondaire jaune). La présentation de ce modèle comme sur la Figure 14 implique un changement d'orientation, *a priori* relativement aisé à dépasser pour les élèves grâce à un changement d'orientation de leur PLIOX. Sa réalisation correspond à la construction d'un triangle à partir du partage d'un carré. Ce modèle met en évidence une relation entre le carré et le triangle : le partage en deux parties du carré peut donner deux triangles rectangles isocèles.

Analyse de la figure modèle 1.3. La figure externe est un rectangle, de même que les différentes sous-figures polychromes formées par la réunion de deux figures internes. De plus, ce modèle met en évidence les relations qui existent entre les dimensions des rectangles rouge et jaune et des carrés secondaires correspondants. Cependant, parmi les différents rectangles qui apparaissent dans ce modèle, certains ne sont pas des moitiés de carrés. Sur ce modèle, le pli nécessaire ne correspond pas à un axe de symétrie du carré, mais à celui de deux carrés secondaires (jaune et rouge), autrement dit à la médiane du rectangle formé par ces deux carrés secondaires. De plus, le modèle est ambigu (au sens défini précédemment). On constate alors certaines productions « approximatives » (dont l'une est présentée en Figure 15), c'est-à-dire comportant bien quatre figures internes, dont les deux carrés secondaires bleu et vert, mais aussi : soit deux rectangles jaune et rouge de taille différente de celle attendue, le pli correspondant étant parallèle à la médiane secondaire ; soit deux trapèzes rectangles rouge et jaune, le pli correspondant n'étant pas parallèle à la médiane secondaire.

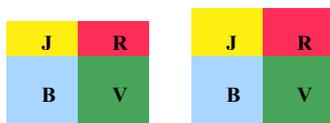


Figure 15. Le modèle 1.3 (à gauche) avec un exemple de reproduction incorrecte (à droite).

5.2. Analyse de quelques modèles de type T₂

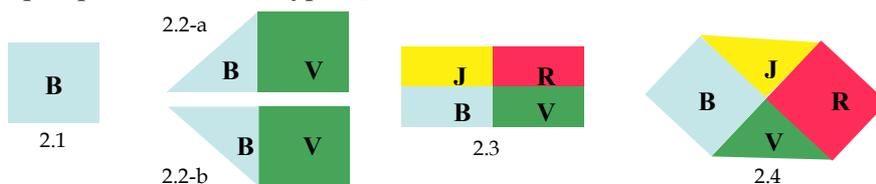


Figure 16. Quelques modèles de type T₂

Analyse de la figure modèle 2.1. Ce modèle est constitué par le carré secondaire mis en évidence par sa couleur, il n'est donc pas ambigu. Les deux plis nécessaires correspondent aux deux médianes du PLIOX : sa réalisation (deux pliages « bord sur bord ») est donc intuitive et à rapprocher de celle du modèle 1.1 puisqu'elle conduit à plier un carré (le PLIOX) pour obtenir un rectangle « demi-carré », puis de plier celui-ci pour obtenir un nouveau carré. De plus, l'ordre des deux pliages est indifférent, comme l'illustre le schéma Figure 17.

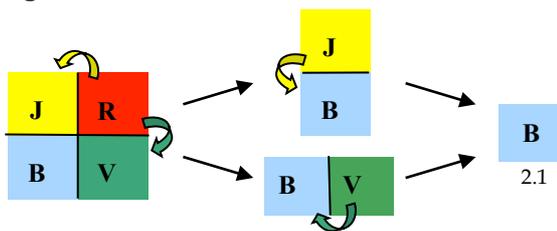


Figure 17. Deux procédures pour reproduire le modèle 2.1.

Analyse des figures modèles 2.2-a et 2.2-b : Ces modèles ne sont pas ambigus. Leurs figures externes correspondent à des trapèzes, ce qui donne l'occasion aux élèves de rencontrer des quadrilatères autres que des carrés ou des rectangles. Ces modèles sont symétriques l'un de l'autre (donc superposables, mais non identiques) et peuvent être proposés simultanément. Avec eux, les élèves se rendent compte que des figures peuvent être très ressemblantes, c'est-à-dire avoir la même figure externe (ici, un trapèze), les mêmes figures internes (un triangle rectangle isocèle et un carré secondaire) sans être identiques : le rôle de l'orientation des figures internes est ici mis en évidence. Deux procédures sont envisageables pour obtenir chacune de ces figures modèles : réaliser un premier pliage bord sur bord selon une médiane du PLIOX, puis un deuxième sommet sur sommet selon l'une des diagonales du carré secondaire bleu ; ou plier selon l'une des diagonales du PLIOX puis réaliser un pliage selon une médiane. Ces différentes procédures sont illustrées par le schéma Figure 18. On constate que le seul choix différent de diagonale conduit à une production différente. Ces modèles mettent en évidence des relations entre le carré et le rectangle « demi-carré » : un carré partagé en deux peut donner un rectangle ; un rectangle partagé en deux peut donner un carré.

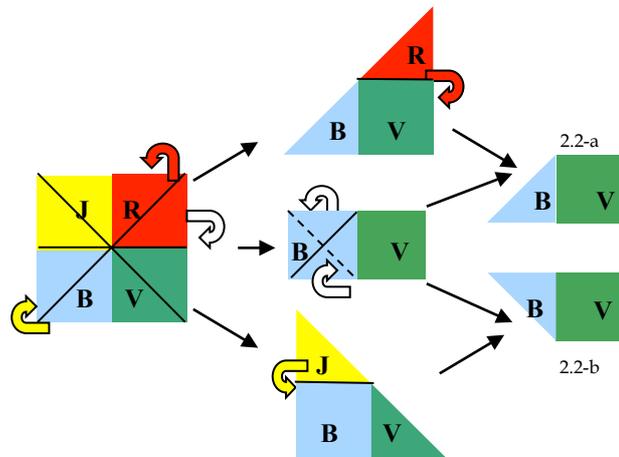


Figure 18. Procédures pour obtenir les modèles 2.2-a et 2.2-b.

Analyse de la figure modèle 2.3. La réalisation de ce modèle ambigu nécessite peut s'appuyer sur celle du modèle 1.3. Elle fait jouer les relations entre le carré et le rectangle. L'inversion des deux pliages n'a pas d'incidence sur le résultat : deux procédures sont ainsi possibles. De plus, en retournant le support, on obtient un autre rectangle quadricolore. Les deux figures obtenues sont très ressemblantes mais pas identiques (voir Figure 19) : la figure externe est un rectangle de mêmes dimensions que pour le modèle 2.3 ; les quatre figures externes qui composent le modèle sont identiques ; en revanche leur disposition est différente (le verso est comme « inversé »).

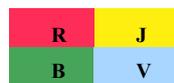


Figure 19. Verso du modèle 2.3.

Analyse de la figure modèle 2.4. La figure externe du modèle est un hexagone non régulier : l'existence de polygones convexes à plus de 4 côtés est alors soulignée. Lorsque ce modèle est présenté, les deux carrés sont en situation non prototypique, ce qui risque de générer des difficultés dans leur identification. Les élèves peuvent justifier la reconnaissance du carré secondaire en situation non prototypique en faisant référence à l'action qu'il faudrait réaliser pour « retrouver » le carré (une rotation). La réalisation du modèle nécessite donc en outre un changement d'orientation. L'ordre de pliage n'a pas d'incidence sur le résultat : deux procédures sont alors envisageables.

6. Analyse des connaissances en jeu

La situation du PLIOX est propice à travailler à la fois des connaissances géométriques et des connaissances spatiales (au sens de Berthelot & Salin).

6.1. Connaissances spatiales

« Par connaissances spatiales, nous désignons les connaissances qui permettent à un sujet un contrôle convenable de ses relations à l'espace sensible. Ce contrôle se traduit par la possibilité pour lui de :

- reconnaître, décrire, fabriquer des objets ;
- déplacer, trouver, communiquer la position d'objets ;
- reconnaître, décrire, construire ou transformer un espace de vie ou de déplacement. »

(Berthelot & Salin, 1999-2000, p.38).

Ainsi des connaissances spatiales sont en jeu dans la situation du PLIOX, liées à l'orientation et à la position des différentes figures dans les figures modèles. Elles sont mises en œuvre à différents moments de la situation PLIOX :

- lors de l'analyse des modèles en vue de leur reproduction, puisqu'il s'agit d'identifier des positions relatives de figures internes par exemple ;
- lors de moments de recherche se déroulant dans l'espace sensible.

6.2. Connaissances géométriques

Cette situation offre tout d'abord l'occasion de revoir le carré et de parler de diagonale. Elle permet également de (re)voir d'autres quadrilatères particuliers comme notamment le rectangle et le triangle rectangle isocèle. Mais elle permet également de rencontrer d'autres polygones convexes dont la dénomination n'est pas exigible à l'école primaire : trapèzes et autres quadrilatères « quelconques », ainsi que des polygones à plus de quatre côtés (pentagones, hexagones) qui ne sont pas réguliers.

Les figures (carrés, rectangles, triangles) sont dans différentes positions et notamment dans des positions non prototypiques : il s'agit de les reconnaître.

Dans cette situation, deux points de vue sur une même figure coexistent :

- l'un correspond à ce qui est immédiatement visible et perçu : les figures internes (selon la Gestalt Theory car ce sont des zones de couleur), ainsi que la figure externe (le PLIOX fait partie de l'espace sensible : ainsi la figure modèle à reproduire lorsqu'elle est présentée se détache du fond du tableau car apparaissant comme un objet en soi, comme un tout³) ;
- l'autre correspond aux sous-figures monochromes et aux sous-figures polychromes (recomposition de sous-figures monochromes) ; dans ce cas, il y a prise en compte des marques des plis et de certains points particuliers.

Le passage d'un point de vue à l'autre conduit à une association entre parties et tout, c'est-à-dire à la fois la possibilité de décomposer une figure 2D en d'autres éléments figuraux 2D (décompositions méréologiques) et la possibilité de voir une surface comme une réunion de surfaces (reconfiguration). En particulier des relations entre différentes formes connues sont mises en évidence spontanément par les élèves :

- un demi-carré peut être un rectangle ou un triangle ;
- un assemblage de deux triangles rectangles isocèles superposables peut être un carré ou un triangle ;
- un assemblage de deux carrés superposables est un rectangle, ...

Ainsi il est possible que l'élève acquière une sorte de flexibilité quant à la reconnaissance des formes géométriques dans n'importe quelle position et détachées ou intégrées dans d'autres figures.

Les pliages selon les directions autorisées conduisent au marquage d'un réseau de plis qui constitue un réseau de droites visible sur le verso du PLIOX. La prise de conscience de celui-ci relève d'une déconstruction dimensionnelle.

Les modalités de pliage mettent également en évidence des côtés et des sommets de différents polygones.

³ Alors que, selon Duval, dans le cas d'une activité dans le micro-espace de la feuille de papier, il semble qu'il soit difficile de voir un tout, particulièrement lorsque ce tout est formé de zones de différentes couleurs accolées les unes aux autres.

7. Les différentes phases de la situation du PLIOX

La situation du PLIOX est une situation d'action (Brousseau, 1998) au sein de laquelle sont ménagées différentes phases présentées puis analysées dans un deuxième temps. Il s'agit pour nous de préciser les conditions nécessaires pour que la situation du PLIOX puisse déboucher sur le développement des connaissances mises au jour dans le paragraphe précédent⁴.

121

7.1. Présentation des différentes phases

7.1.1 Phase 1 : analyse de la figure modèle

Une figure modèle est affichée au tableau *sans que les élèves ne voient comment elle a été réalisée* (pour la modalité P)⁵. Collectivement ou individuellement des élèves sont sollicités pour dire ce qu'ils voient, les formes qu'ils reconnaissent aussi bien sur le contour, qu'à l'intérieur de la figure, ainsi qu'éventuellement leurs positions relatives. L'identification des formes fait l'objet d'une demande systématique de justification. Proposée en préalable à la recherche de la solution, cette analyse offre un temps de réflexion *avant* l'action.

7.1.2 Phase 2 : recherche individuelle de la solution

Les élèves doivent réaliser par pliage de leur PLIOX une figure identique au modèle présenté. Ainsi aucun travail papier/crayon n'est exigé, aucun instrument classique de géométrie n'est utilisé, seuls les pliages sont convoqués. L'activité est alors centrée sur l'analyse de la figure pour sa reproduction et non pas sur le tracé. Dans la modalité P, le modèle reste visible mais à distance des élèves pendant la durée de l'activité.

7.1.3 Phase 3 : mise en commun

Des élèves sont sollicités pour expliquer leur procédure, ou dans un premier temps la montrer à la classe s'ils ne parviennent pas à expliquer, aidés si besoin par l'enseignant pour la formulation ou le vocabulaire. Certaines productions erronées sont invalidées.

La validation de l'explication est double : sur le fond par la réalisation effective du pliage en parallèle au discours, et sur la forme par l'enseignant qui veille à employer le vocabulaire géométrique et spatial idoine tout au long de la situation.

La mise en commun est aussi l'occasion de revenir sur la technique de pliage bord sur bord (qui peut être illustrée en pliant et dépliant le PLIOX).

7.1.4 Phase 4 : synthèse

Cette phase correspond à la mise en évidence de nouveaux objets géométriques ainsi que leurs relations mis à jour lors des phases précédentes : à l'intérieur du PLIOX des sous-figures monochromes et des sous-figures polychromes, des relations entre figures, des droites, des points particuliers, ...

7.2. Nature et rôle des différentes phases

122

La situation du PLIOX est ainsi composée d'une alternance entre phase d'action (phase 3) et phases de formulation (phases 1 et 3), puis se conclut par une phase d'institutionnalisation (phase 4). Nous précisons dans ce qui suit le rôle ainsi que le statut des connaissances au sein de ces différentes phases.

7.2.1 La phase d'action : phase 2

L'action convoque tout d'abord des connaissances spatiales (voir paragraphe 6.1) qui restent implicites. De plus, la prise en compte du réseau de plis dans la tâche de reproduction utilise en situation des connaissances sur la symétrie axiale (notamment dans le carré). La symétrie est alors un

⁴ Nous ne nous préoccupons pas ici de l'introduction du PLIOX dans la classe.

⁵ En effet, pour qu'il y ait *problème géométrique*, la préparation du modèle (c'est-à-dire la réalisation du pliage du PLIOX par l'enseignant avant sa présentation à la classe), doit être cachée aux élèves : la réalisation du modèle devant les élèves réduirait l'activité à la reproduction d'un geste.

Guille-Biel Winder C. (2014). Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : la situation du PLIOX. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 19. 103-128

outil implicite dans la résolution des différents problèmes de reproduction proposés (et notamment dans les activités de pliage « bord sur bord »).

Dans cette phase, le milieu fournit une rétroaction immédiate essentiellement perceptive par comparaison visuelle entre le modèle et le résultat du pliage du PLIOX effectué. Mais il est également possible pour les élèves, et nous l'avons constaté lors de la mise en œuvre, de venir juxtaposer leur production et le modèle, par exemple pour comparer les longueurs des côtés. La rétroaction du milieu offre une plus grande autonomie face à la tâche et peut-être également une plus grande implication dans la résolution du problème ; nous avons en effet pu noter une sollicitation très faible de l'enseignant par les élèves ainsi qu'une mise au travail de tous, même ceux qui habituellement ont du mal à rentrer dans le rythme de la classe.

7.2.2 Les phases de formulation : phases 1 et 3

La situation du PLIOX ne se résume pas à des moments d'action, mais incorpore des moments d'analyse des figures modèles et d'explicitation de procédures, car se limiter à l'action n'est pas « vraiment faire de géométrie avec les élèves » (Houdement & Kuzniak, 2000, p.103). Cependant, il ne s'agit pas de situations de formulation au sens de (Brousseau, 1998), puisqu'aucune contrainte sur l'action n'amène la « nécessité de formulation » (Bosch & Perrin-Glorian, 2013, p. 278).

Lors de la phase 1 les élèves sont incités à analyser la figure. Cette analyse implique la prise en compte à la fois de la forme du modèle (figure externe) et de ses figures internes, c'est-à-dire de la décomposition méréologique induite par son découpage en éléments figuraux 2D monochromes, éventuellement en jouant avec le changement d'orientation. Ceci conduit les élèves à identifier :

- la figure externe du modèle ;
- ses figures internes ;
- l'organisation spatiale relative de ces éléments figuraux.

Lors de la mise en œuvre dans une classe de CP (période 5), nous avons ainsi pu constater des décompositions et reconfigurations figurales de plus en plus nombreuses et immédiates de la part des élèves, faisant apparaître des sous-figures monochromes et polychromes. La reconnaissance du carré a également fait l'objet de discussions. Ainsi l'analyse du modèle, préalable à sa reproduction, est une étape importante de l'activité.

123

En outre, la demande de justification concernant l'identification des formes conduit progressivement les élèves à la prise de conscience de certaines propriétés de ces formes, à commencer par le nombre de côtés et de sommets, ainsi qu'à la mise en évidence de certains points communs. Par exemple :

- Le carré possède quatre côtés et quatre sommets ; tous ses côtés ont la même longueur ;
- Le rectangle possède lui aussi quatre côtés et quatre sommets mais les côtés n'ont pas tous la même longueur ;
- De même, le trapèze possède quatre côtés et quatre sommets, mais certains côtés opposés ne sont pas parallèles ;
- Le triangle ne possède que trois côtés et trois sommets.

Ainsi peut s'amorcer le passage de la reconnaissance immédiate de formes (niveau 0 de Van Hiele) à l'analyse (niveau 1).

Dans la phase 3, « les formulations attendues (...) sont celles qui décrivent les stratégies » (Bosch & Perrin-Glorian, 2013, p.280). La « mise en mots » des procédures peut aider certains élèves à effectuer la reproduction attendue et porte sur les *gestes* à accomplir dans le micro-espace 3D. Elle permet surtout de rendre explicites les compétences spatiales en jeu, restées implicites dans l'action. En outre, dans le cas particulier de la figure modèle impossible (modalité R), la formulation des raisons d'impossibilité permet de faire émerger de manière explicite les prises d'indices concernant les positions relatives des différentes zones colorées.

Cette phase d'explicitation des procédures peut également conduire à mettre en évidence des relations entre les différentes figures, ainsi que les éléments figuraux 1D que sont les droites du réseau, notamment les diagonales et les médianes. Enfin les modalités de pliage permettent d'aborder les notions de côté et de sommet.

L'analyse du langage lors de la mise en œuvre a fait ressortir la reconnaissance de certains points :

- Les premiers points évoqués sont les sommets du PLIOX et des différents modèles qui apparaissent « au bord » d'un objet de l'espace sensible ;
- Les sommets des carrés secondaires sont mis en évidence lors de la formulation des procédures ;
- La mise en évidence du centre du PLIOX se réalise effectivement lorsque les élèves sont amenés à retourner leur PLIOX pour plier selon une diagonale secondaire (modèle 2.4) : ils doivent « placer un sommet sur l'autre ». Or sur le verso du PLIOX n'apparaissent que les marques des plis effectués, et en particulier ceux des deux médianes du PLIOX. La discrimination du centre du PLIOX « résulte de la relation d'incidence de deux autres unités figurales (intersection de 2 traits) » (Duval, 1995, p.180).

124

Les deux phases de formulation induisent par ailleurs l'utilisation du vocabulaire spatial (à droite de, à gauche de, au-dessus, au-dessous, en haut, en bas, derrière, devant...) ou géométrique (carré, rectangle, triangle, côté, diagonale, droite, sommet, point...), qui apparaît comme un outil pour communiquer procédures ou analyses. Une évolution de ce vocabulaire d'une séance à l'autre a été pointée lors de la mise en œuvre.

7.2.3 La phase de synthèse et d'institutionnalisation

Lors de la phase 4, certaines connaissances peuvent prendre le statut de savoir. En effet, si « certaines formulations des élèves (et du maître) restent (et doivent rester) du domaine des connaissances attachées à la situation, d'autres sont des formulations, souvent maladroitement, du savoir qu'on veut enseigner » (Bosch & Perrin-Glorian, 2013, p.278). La phase de synthèse permet alors de « les gérer et [de] les situer par rapport aux formulations attendues » (ibid).

La phase 4 doit à terme déboucher sur une institutionnalisation locale reprenant les différents points abordés tout au long de l'activité (vocabulaire, objets géométriques, propriétés et relations mises en évidence). En effet, lorsque l'enseignant ne dégage pas les connaissances qui circulent, alors cette connaissance ne devient pas objet d'apprentissage : « lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible : il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation » (Connes, 1992, p.225).

Ainsi, concernant les éléments figuraux 1D, la phase de synthèse peut être l'occasion de faire prendre conscience aux élèves du réseau de droites visible sur le verso du PLIOX. Mais mettre en évidence les droites du réseau ne suffit pas *a priori* pour conduire les élèves à une déconstruction dimensionnelle : une exploitation de ce réseau dans de nouvelles pistes d'activité (et donc de nouvelles phases d'action) devra être envisagée.

Concernant les éléments figuraux 2D, on pourra reprendre les propriétés de certaines figures planes particulières (le carré, le rectangle, le triangle rectangle isocèle notamment) et selon les figures modèles proposées, institutionnaliser (localement) certains faits comme par exemple :

- la réunion de deux triangles isocèles rectangles peut donner un carré ou bien un triangle ;
- un triangle partagé en deux peut donner deux triangles ;
- la réunion de deux rectangles peut donner un carré ou bien un rectangle ;
- la réunion de deux carrés donne un rectangle ;
- la réunion de quatre triangles peut donner un rectangle ;
- la réunion de quatre rectangles peut former un grand rectangle.

125

Le vocabulaire peut également faire l'objet d'une institutionnalisation locale.

Enfin, dans le cas de la figure modèle impossible, la formulation des raisons d'impossibilité peut conduire à une activité liée à la déduction, à condition qu'un questionnement spécifique balise le passage de l'expérience à la déduction. C'est au cours de la phase 4 qu'un « réel travail de distanciation et d'institutionnalisation » peut être mené permettant « ce passage [qui] ne va pas de soi » et dans lequel « le rôle du maître est essentiel » (Houdement & Kuzniak, 2000, p.103).

Conclusion

Ainsi définie, la situation générique PLIOX conduit à proposer des problèmes pouvant être identifiés à la fois comme problèmes spatiaux dans le micro-espace 3D, mais aussi comme problèmes géométriques de reproduction de figures planes dans le paradigme géométrique G1. Nous avons montré que la situation du PLIOX était essentiellement liée à l'expérience et à l'intuition, mais qu'elle pouvait permettre une activité liée à la déduction en fonction du choix de la modalité de présentation. Enfin, la situation du PLIOX, qui se situe essentiellement au niveau 0 de Van Hiele, peut contribuer à développer la pensée géométrique des élèves en les aidant à passer au niveau 1. Elle répond en effet aux principes de développement énoncés par (Marchand, 2009, p.66), à savoir :

- varier l'orientation des figures proposées ainsi que leur complexité ;
- favoriser le travail sur les propriétés et leurs relations, en incitant par exemple les élèves à expliciter les conditions minimales d'identification d'une figure ;
- présenter des cas extrêmes de figures ou des contre-exemples ;
- et plus généralement varier les tâches géométriques ainsi que les supports et les instruments.

En outre, ces problèmes mettent en jeu des connaissances spatiales et des connaissances géométriques. Plus particulièrement, ce travail a mis en évidence que les potentialités mathématiques et didactiques de la situation du PLIOX portent sur la connaissance/reconnaissance d'éléments figuratifs élémentaires. Celle-ci nécessite une appréhension perceptive ainsi qu'une appréhension opératoire des figures 2D de type méréologique (décomposition et reconfiguration), de type positionnel, voire de type optique (selon la modalité de présentation du modèle retenue).

L'analyse des différentes phases permet de préciser le rôle et le statut de ces connaissances au cours du déroulement de la situation, ainsi que les conditions nécessaires à leur développement. 126

La mise en évidence des variables didactiques (le choix de la figure modèle, son orientation, la modalité de sa présentation, les plis nécessaires à sa reproduction), a conduit à une première mise en œuvre, mais nous n'avons pas encore exploité la modalité R, en particulier lorsque la figure modèle est impossible.

De plus, le réseau de droites qui apparaît sur le verso du PLIOX n'est pas vraiment mis à profit dans la mise en œuvre évoquée. Il serait en effet possible de s'appuyer sur l'identification des sous-figures monochromes ou polychromes du recto pour les faire apparaître au verso. *Il est donc envisageable que le jeu sur le recto/verso du PLIOX permette de développer la capacité à identifier toutes les formes qu'il est possible de reconnaître dans ce réseau de droites.* Selon Houdement, cette capacité doit être travaillée en parallèle de la déconstruction dimensionnelle des formes 2D perceptivement prégnantes. Ce nouveau développement de la situation PLIOX pourrait alors s'intégrer dans le travail de Duval & Godin & Perrin-Glorian qui cherchent à produire des situations pour « apprendre à regarder les figures ».

Bibliographie

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1999-2000), L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N* 65, 37-59.

BOSCH M., PERRIN-GLORIAN M-J. (2013), Le langage dans les situations et les institutions, in Bronner et Al. (ed.) (2013) *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*, 267-302. Grenoble : La pensée sauvage.

BROUSSEAU G. (1983), Étude de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie, *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Guille-Biel Winder C. (2014). Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : la situation du PLIOX. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 19. 103-128

BROUSSEAU G. (2000), Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : l'étude de l'espace et de la géométrie, *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des Sciences de l'Éducation de l'Université de Crète*, Réthymon.

CONNES F. (1992), Savoirs et connaissances dans la perspective de la transposition didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **12(2.3)**, 222-267.

DUVAL R. (1988), Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* **1**, 57-74. 127

DUVAL R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang, Berne.

DUVAL R. (2003), Décrire, visualiser ou raisonner : quels « apprentissages premiers » de l'activité mathématique ?, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* **8**, 13-62.

DUVAL R., GODIN M., PERRIN-GLORIAN M-J. (2005), Reproduction de figures à l'école élémentaire, in Castela et Houdement (Ed.) (2005) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2004*, 5-89. Irem de Paris 7.

DUVAL R. (2005), Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation de raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* **10**, 5-53.

FAVRAT J-F. & AL (2006), Problèmes et activités finalisées dans l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire, *Actes du XXXIIème colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.

GALVEZ G. (1985), *El aprendizaje de la orientacion en el espacio urbano : una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela primaria*, Tesis, Centro de Investigacion del IPN, Mexico.

GUILLE-BIEL WINDER C. (2013), *Reproduction de figures en CP/CE1 : la situation du PLIOX*, Mémoire de Master, IREM Université de Paris VII, Paris.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1999), Géométrie et paradigmes géométriques, *Petit x* **51**, 5-22.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2000), Formation des maîtres et paradigmes géométriques, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **20.1**, 89-116.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006), Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* **11**, 175-193.

KUZNIAK A., RAUSCHER J-C. (2003), Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école, *Actes du XXIXème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres*, 271-290, Irem des Pays de la Loire.

MARGOLINAS C., LAPARRA M. (2008), Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation, *Actes du colloque « Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation »*, Bordeaux 2008, <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>.

PERRIN-GLORIAN M-J., MATHE A-C., LECLERC R. (2013), Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ?, *Repères-IREM* **90**, 5-41. 128

VAN HIELE P-M. (1986), *Structure and Insight. A theory of Mathematics Education*, Academic Press, Orlando.