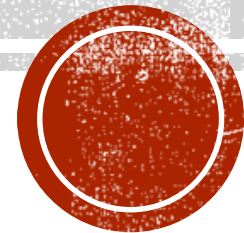


GRANDEURS ET MESURES

AU CYCLE 2



Mercredi 1^{er} décembre Rouen Centre

Mercredi 15 décembre Rouen Nord

QUELLE(S) GRANDEUR(S) POUR UN OBJET ?

Exemple : cette poutre en bois

- Le type de bois
- Sa longueur
- Le nombre de nœuds
- Son taux d'humidité
- Le nombre de faces
- Sa section
- Son volume
- Sa masse
- Son âge...



Certaines sont descriptives
d'autres sont quantifiables



Grandeurs



REMARQUES

- **Pour un même objet, plusieurs grandeurs peuvent être mises en évidence et étudiées.**

Chambris (2008) : « à l'école primaire, on manipule des objets grandeurs, au sens où on manipule des objets en tant qu'ils représentent des grandeurs »

- **Comment comparer deux masses ? deux longueurs ?... ⇨ on peut comparer sans mesurer ⇨ puis classer, ordonner**

→ Il faut donc différencier objet / grandeur / mesure



GRANDEURS REPÉRABLES / GRANDEURS MESURABLES

Grandeur permet comparaisons ordonnées

On ne compare pas des objets mais des grandeurs.

– Grandeurs **repérables** :

X température centésimale, longueur, date, potentiel électrique, masse, aire,....

– Parmi celles-ci, certaines sont **mesurables** : *on peut leur affecter une valeur numérique à partir d'observations. En outre, la **somme** et/ou le produit de grandeurs mesurables a une signification.*

X longueur, température absolue, durée, capacité , masse, résistance, aire,...



LES GRANDEURS MESURABLES : UN TREMPLIN VERS LES MATHÉMATIQUES

- Les mathématiques se caractérisent par leur fonction **d'anticipation sur le réel** qu'elles cherchent à modéliser pour mieux pouvoir le prévoir.
- Dans cette recherche, lors de certaines expériences concrètes, les grandeurs apparaissent comme un des aspects essentiels des objets impliqués dans l'expérience.
- Apprendre à les identifier, à les comparer, à les mesurer, permet d'avancer vers une représentation du monde dans laquelle les mathématiques vont pouvoir s'appliquer et permettre la prévision, puis la décision.

→ nécessité de construire le sens à l'école



UN PEU DE VOCABULAIRE...

La confusion des mots

Deux mots pour dire tout et...n'importe quoi, « grand » et « petit » :

- un appartement plus petit, c'est une affaire d'aire...
- une valise plus grande, c'est une histoire de volume...
- un vase plus grand souvent pour parler d'un vase plus haut...ou plus profond !!!
ou un petit chemin dans la forêt lorsqu'il est étroit
- que dire d'une petite fille, d'une petite vieille!!!

Plusieurs mots pour désigner une même grandeur :

- Largeur, épaisseur, profondeur, hauteur, longueur, périmètre, rayon, diamètre, distance... → Une seule et même grandeur : la LONGUEUR
- Aire et superficie



DÉFINISSONS

Grandeur

C'est une notion abstraite, c'est l'objet qui est concret.

Selon Brousseau (2002) : *Une grandeur est « un type de variables mathématiques, physiques, biologiques, psychologiques sociologiques, économiques, ... dites de même espèce, c'est-à-dire **comparables** entre elles »*

• **Donc, c'est une caractéristique d'un objet qui permet des comparaisons ordonnées entre objets.** MARGOLINAS (2012), *Le nombre à l'école maternelle*

Mesure

C'est une façon de désigner une grandeur mesurable à l'aide d'un nombre et d'une unité.

Pour mesurer une grandeur, nous la comparons à une grandeur unité et nous cherchons à savoir combien de fois cette unité est contenue dans la grandeur à mesurer. Cette démarche s'appelle le mesurage. La mesure est le nombre d'unités et répond à un besoin de précision.

L'utilisation d'unités usuelles relève de la nécessité de communiquer avec des références communes.

Attention : si l'unité change, la mesure change mais la grandeur reste la même.



DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES

⇒ **Confusion entre aire et périmètre, volume et contenance (=capacité)**

- **Quelle unité pour quelle mesure ?**

- **Conversions (base 10, base 60 et passer de l'une à l'autre, base 100)**

- **Ordres de grandeur**

⇒ **Confusion entre les 2 domaines mathématiques: numérique et grandeur/mesure**

Ex: « 15 cm c'est plus que 3 m parce que 15 c'est plus que 3 »

La conversion : $1254 \text{ m} = 1,254 \text{ km}$ les enfants déduisaient que $1254 = 1,254$!



LES GRANDEURS MESURABLES

Objet physique	Grandeur	Mesure	Unités
segments, baguettes, cordes	longueur	nombre	cm, m, dm, km, mm
objets matériels	masse	nombre	g, kg, t
réipients	capacité (=contenance)	nombre	l, cl, dl
événements, moments	durée	nombre	j et h, min et s année, siècle, millénaire
<i>surfaces</i>	<i>aires</i>	<i>nombre</i>	<i>cm², m², dm²</i>
<i>solides</i>	<i>volume</i>	<i>nombre</i>	<i>cm³, m³, dm³</i>



DOCUMENTS



édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Grandeurs et mesures au cycle 2

Introduction

Les grandeurs et les mesures de grandeurs sont enseignées du cycle 1 au cycle 4. Elles font l'objet d'un thème d'étude spécifique des programmes de mathématiques pendant toute la scolarité obligatoire. Au cycle 2, dans la poursuite des premiers apprentissages réalisés en maternelle à partir de manipulations et d'observations sur la longueur, la masse



édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Grandeurs et mesures au cycle 2

Activité : Masses

Cette activité est plutôt destinée aux élèves de CE1 ou de CE2.

Présentation de la ressource

Objectifs

L'objectif de la séance est d'utiliser les propriétés additives et multiplicatives des masses pour construire des référents au kilogramme : savoir qu'un kilogramme c'est à peu près la masse

MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de CE1

GRANDEURS ET MESURES

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé Indication générale

Comparer, estimer, mesurer des longueurs, des masses, des contenances, des durées - Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs

Longueurs

Ce que sait faire l'élève

- Il compare des segments selon leur longueur.
- Il reproduit des segments en les mesurant en dm et/ou cm entiers.
- Il trace des segments de longueur donnée, en dm et/ou cm entiers en utilisant une règle graduée.
- Il mesure des segments en utilisant une règle graduée, en dm et/ou cm entiers.
- Il mesure des longueurs avec des instruments de mesures (le mètre ruban).
- Il sait que le cm, le dm, le m et le km mesurent des longueurs.
- Il s'approprie quelques longueurs de référence (1 cm, 10 cm, 20 cm, 1 m, 1 dm, 2 dm, 1 km... distance école/maison, école/lieu de vacances...).



Grandeurs et Mesures

Les élèves travaillent sur des grandeurs diverses en commençant par les comparer (plus long que, plus léger que, aussi cher que, plus tard que...) pour appréhender le concept avant d'adopter les conventions usuelles. Ils apprennent ensuite à effectuer des mesures au moyen d'instruments adéquats en s'appropriant peu à peu les unités usuelles. Les différentes unités sont introduites et mises en relation progressivement au cours du cycle. Les opérations sur les grandeurs sont menées en lien avec l'avancée des opérations sur les nombres, de la connaissance des unités et des relations entre elles.

CP

CE1

CE2

La longueur

Les élèves comparent des objets, des segments selon leur longueur, d'abord en les estimant. Ils donnent du sens aux expressions « plus long que », « plus court que », « aussi long que », « moins long que », et aussi « double » et « moitié ».

Ils mesurent des segments en utilisant des unités de référence puis en utilisant la règle graduée pour des mesures en centimètres entiers.

Ils appréhendent le mètre (100 cm) à travers par exemple la règle du professeur.

Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm. Puis le travail se poursuit en utilisant les unités m, dm et km. Ces unités sont mises en relation.

Les élèves continuent à comparer des objets, des segments selon leur longueur en utilisant les unités cm, m, dm et km. Ils mettent ces unités en relation cm, dm, m et m, km.

Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm, m, dm et km.

Le travail se poursuit en utilisant le mm.

Les élèves mettent ces unités en relation : m, dm, cm et mm.

La masse

Les élèves comparent des objets selon leur masse, en les soupesant puis en utilisant la balance à plateaux, type Roberval, sans que des unités de mesure soient nécessairement introduites.

Ils donnent du sens aux expressions : « Plus lourd que, plus léger... ».

Les élèves consolident les comparaisons d'objets selon leur masse.

Ils mesurent des masses exprimées en g et kg.

Ils mettent en relations ces unités.

Les élèves consolident les mesures de masses d'objets (g et kg).

Ils utilisent l'unité tonne (t).

Ils mettent en relations ces unités (g, kg et kg, t).



Grandeurs et Mesures (suite)

CP

CE1

CE2

La contenance

Les élèves comparent des objets selon leur contenance, en les observant et en les manipulant.
Ils mesurent la contenance d'objets usuels.
Ils découvrent que le litre (L) est une unité de contenance.

Les élèves comparent des objets selon leur contenance en utilisant le L.
Ils utilisent le cL, dL et le L et connaissent leurs relations.

La durée

Les élèves apprennent à lire une date sur un calendrier et à se repérer dans celui-ci. Ils repèrent les jours et les semaines puis les mois ; ils mettent en relation jour et semaine.
En lien avec le domaine « questionner le monde », ils apprennent à lire l'heure sur une horloge à aiguilles en heures entières

Les élèves lisent les heures entières.
Ils lisent aussi les demi-heures sur une horloge à aiguilles. Ils utilisent les unités de durée h et min et les mettent en relation.
Ils mettent en relations les unités j et h.

Les élèves consolident la lecture de l'heure sur une horloge à aiguilles (heure entière et demi-heure).
Ils lisent et donnent l'heure (par exemple : « quatre heures moins vingt » ou « 15 h 40 » ; « Sept heures et quart » ou « 7 h 15 »).
De plus, ils utilisent les unités année, siècle, millénaire et connaissent leurs relations ainsi que les unités min et s et leurs relations.

Le prix

Après un travail préalable sur la construction de la grandeur prix et la notion de valeur, les élèves utilisent l'euro, en manipulant du matériel pièces/billets (pièces de 1 et 2 euros, puis billets de 5 et 10, 20, 50 et 100 euros...).

Les élèves utilisent l'euro et les centimes d'euros dans des situations qui se complexifient progressivement (exemple : rendre la monnaie sur 2 € pour l'achat d'un produit qui coûte 1 € 50 c puis 75 c) ; ils résolvent des problèmes impliquant ces données.



MANIPULER

VERBALISER



ABSTRAIRE

UNE DÉMARCHE PROGRESSIVE POUR CONSTRUIRE LA NOTION DE GRANDEUR

Donner du sens à la grandeur

Donner du sens à la mesure

Mesurer

- Étude de la grandeur
- Nécessité de mesurer
- Découverte des unités conventionnelles :
unités du système métrique
- Les instruments de mesure et les
formules



DES ACTIVITÉS POUR CHAQUE ÉTAPE

I) Construction de la grandeur

- ✓ Estimation perceptive
- ✓ Comparaison directe
- ✓ Comparaison indirecte
- ✓ Propriété d'additivité des grandeurs

II) Mesure

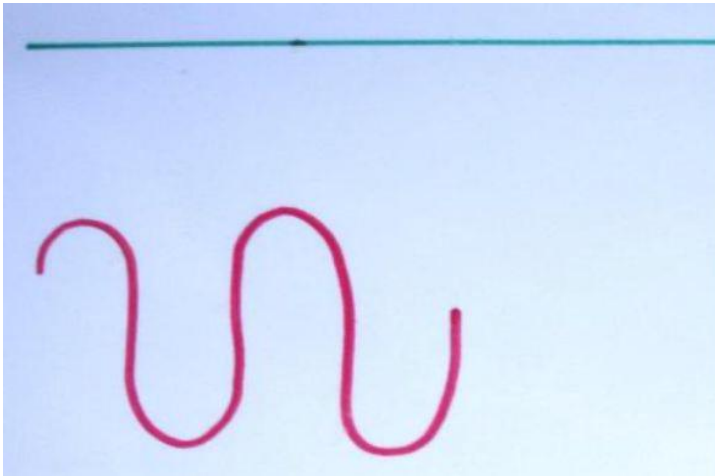
- ✓ Etalon
- ✓ Référent gradué à l'aide l'étalon
- ✓ Les unités de référence. Conversions



I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

A/ Isoler une grandeur d'objet : première estimation perceptive

longueur



Faire parcourir un chemin aux enfants :
action de la longueur sur le corps
Quel spaghetti est le plus long ?

masse

Apprendre à soupeser :
avec les yeux fermés,
ouverts, avec une main,
l'autre main, les deux
mains, à hauteur de la
taille, au dessus de la tête

...
Image La main à la pâte



Un enfant soupèse, yeux fermés.

I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

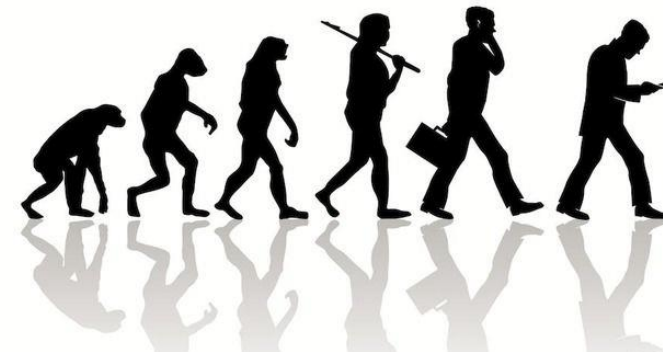
A/ Isoler une grandeur d'objet : première estimation perceptive

contenance



Quel objet peut contenir le plus d'eau ?
- Un verre de la cantine ?
- Un seau ?

durée

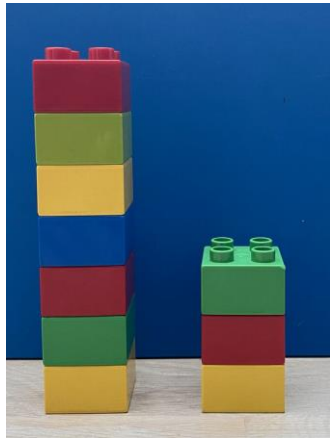


I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

B/ Ordonner et classer par comparaisons directes

C'est au cours de cette étape que les élèves commencent à conceptualiser la grandeur.

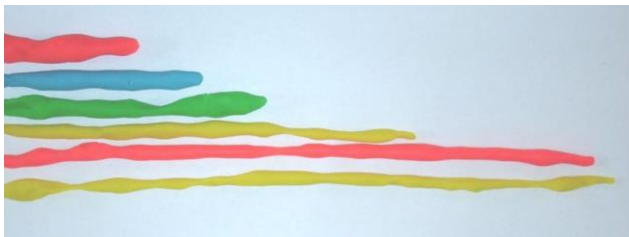
longueur



« plus haut que »

« plus long que »

Éviter « plus grand que »



durée

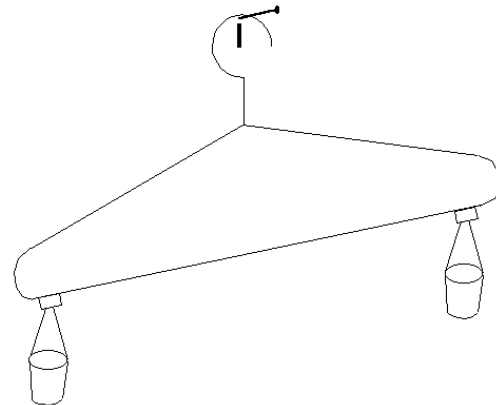


I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

B/ Ordonner et classer par comparaisons directes

C'est au cours de cette étape que les élèves commencent à conceptualiser la grandeur.

masse



Images: La Main à la pâte

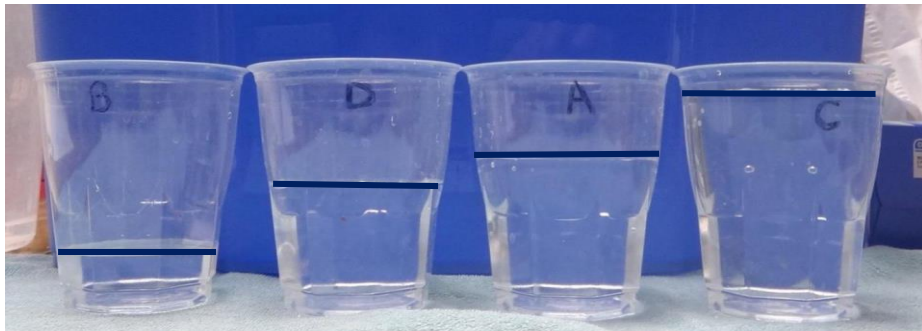


I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

B/ Ordonner et classer par comparaisons directes

C'est au cours de cette étape que les élèves commencent à conceptualiser la grandeur.

contenance



Le verre C contient plus d'eau que le verre B

Quelle tasse peut contenir le plus d'eau ?
- remplir une tasse
- transvaser dans l'autre tasse et conclure



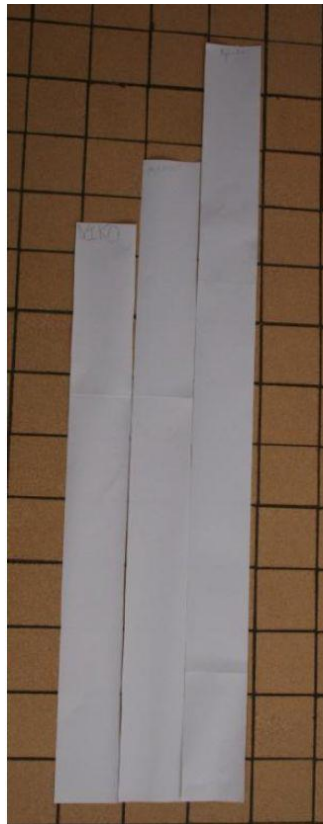
La tasse B peut contenir plus d'eau que la tasse A



I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

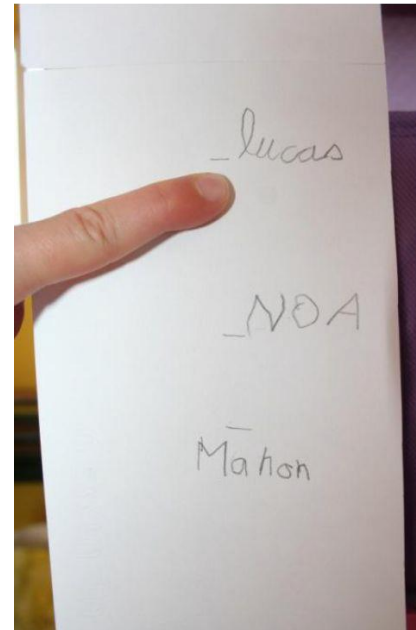
C) Ordonner et classer par comparaisons indirectes

Comparer les grandeurs d'objets éloignés dans le temps ou dans l'espace amène à procéder à des **comparaisons indirectes** faisant intervenir un objet intermédiaire.



longueur

Passage de la comparaison des tailles de 3 enfants à l'aide de 3 gabarits à l'utilisation d'un seul objet intermédiaire



L'utilisation d'un objet intermédiaire transportable permet de comprendre qu'on peut déplacer la grandeur sans forcément déplacer l'objet qui la porte. Cette étape fait aussi intervenir la transitivité de la relation d'ordre.



I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

C) Ordonner et classer par comparaisons indirectes

masse

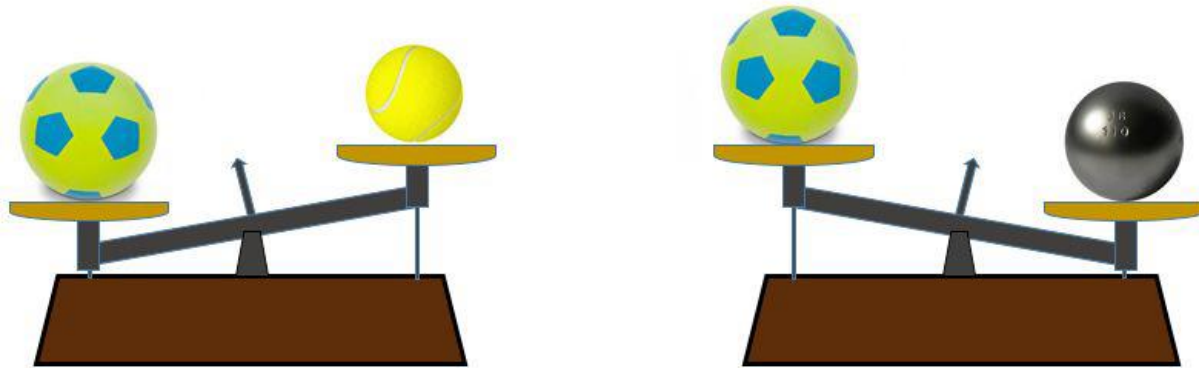
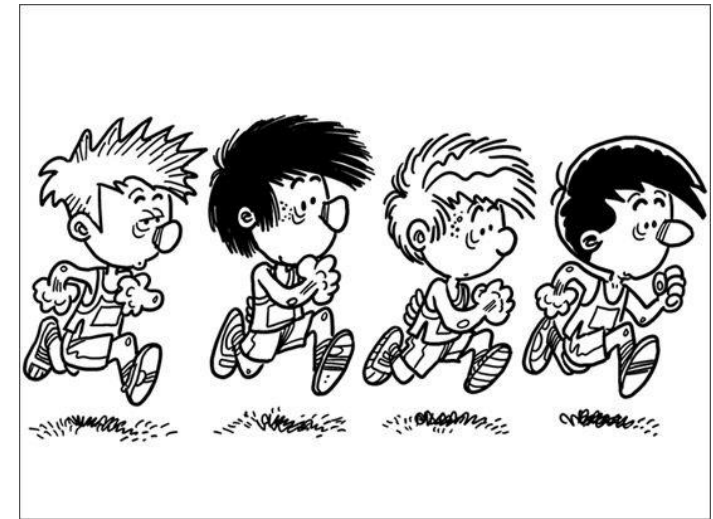


Image : le web pédagogique

durée



Course sur une même distance



I) ÉTUDE DE LA GRANDEUR

C) Ordonner et classer par comparaisons indirectes

contenance



Plusieurs objets
intermédiaires



un seul objet intermédiaire,
nécessité d'écrire la graduation



I) CONSTRUCTION DE LA GRANDEUR

D) Dégager la propriété d'additivité des grandeurs

Construire une grandeur-somme :

- Comment construire un segment dont la longueur est la somme des longueurs de deux autres segments ?

Etablir un rapport entre deux valeurs d'une même grandeur (combien de fois plus ?)

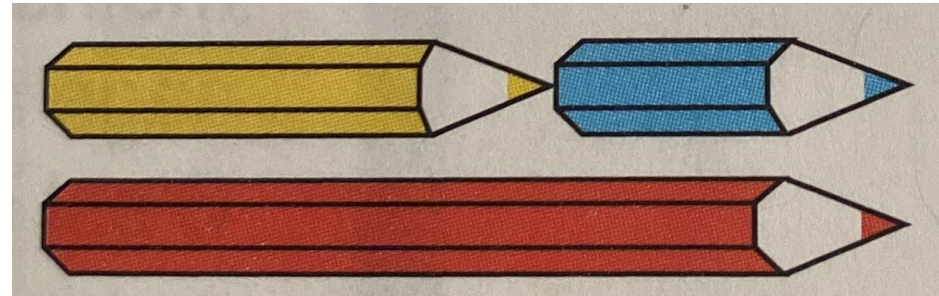
« Ma règle est cinq fois plus longue que ma gomme. »



I) CONSTRUCTION DE LA GRANDEUR

D) Dégager la propriété d'additivité des grandeurs

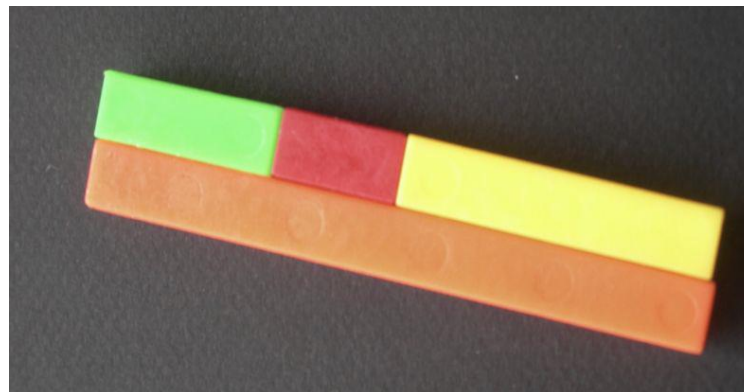
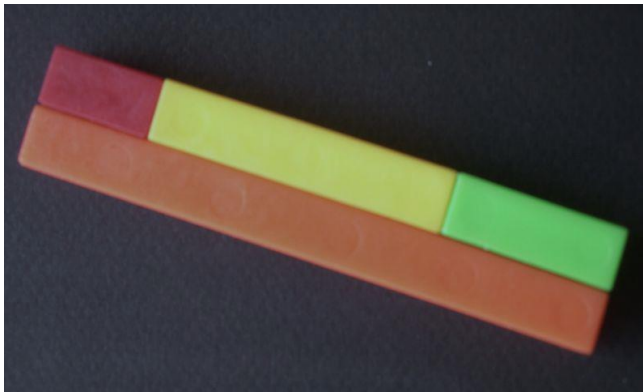
longueur



Le crayon rouge est aussi long que le crayon jaune et le crayon bleu disposés bout à bout.

ROEGIERS (2011) *les mathématiques à l'école primaire*

Mise en évidence de la commutativité de l'addition :



F LATHURAZ et C CANTALUPI, PEMF et
CPC académie de Grenoble



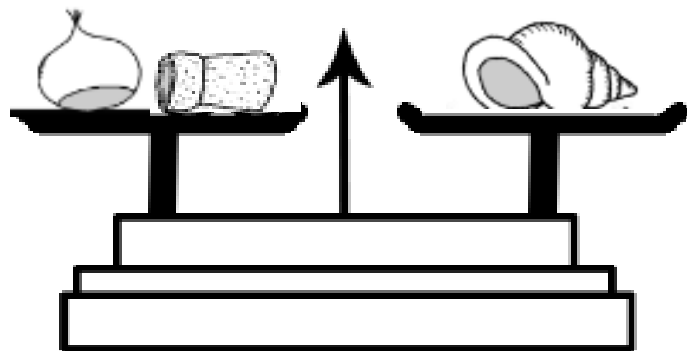
I) CONSTRUCTION DE LA GRANDEUR

D) Dégager la propriété d'additivité des grandeurs










contenance

→ Pas forcément très significatif

masse



durée

<i>lundi</i>	<i>mardi</i>	<i>mercredi</i>	<i>jeudi</i>	<i>vendredi</i>	<i>samedi</i>	<i>dimanche</i>
<i>14 janvier</i>	<i>15 janvier</i>	<i>16 janvier</i>	<i>17 janvier</i>	<i>18 janvier</i>	<i>19 janvier</i>	<i>20 janvier</i>
 <i>Sortie</i>	 <i>Musique</i> 			 <i>Sport</i> 		
<small>Calendriers agendas : https://www.calagenda.fr</small>						



II) LE MESURAGE

A/ Objet de référence : choix d'un étalon puis mesurage

Un objet va être choisi arbitrairement comme étalon, le rapport qu'entretient sa grandeur (qui devient une **unité locale**) avec celles de différents autres objets devient la mesure de la grandeur de ces objets.

C'est un moyen de reproduire des objets de même grandeur, de fabriquer des grandeurs-sommes ou de multiplier une grandeur par un entier. **Les opérations sur les objets sont remplacées par les opérations sur les nombres.**

durée



Mesurer avec des étalons

Commencer à construire des références



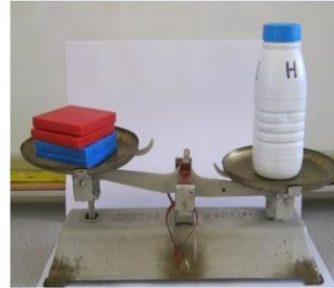
II) LE MESURAGE

A/ Objet de référence :
choix d'un étalon puis mesurage

masse

Image : Marie Jouglet et Hélène Morand

MESURER PRECISEMENT UNE MASSE



La bouteille H pèse entre 4 et 5 pavés.



La bouteille G pèse entre 4 et 5 pavés.



La bouteille H pèse 4 grands pavés et 1 petit pavé.



La bouteille G pèse 4 grands pavés et 3 petits pavés.

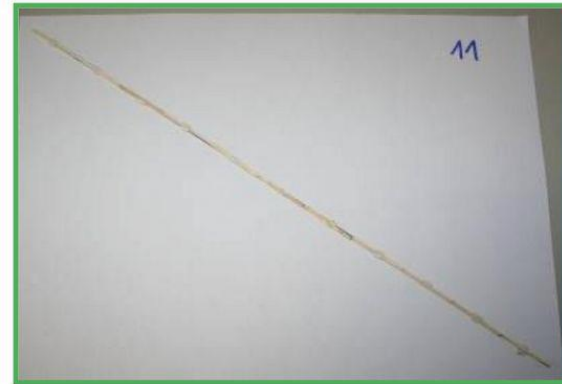
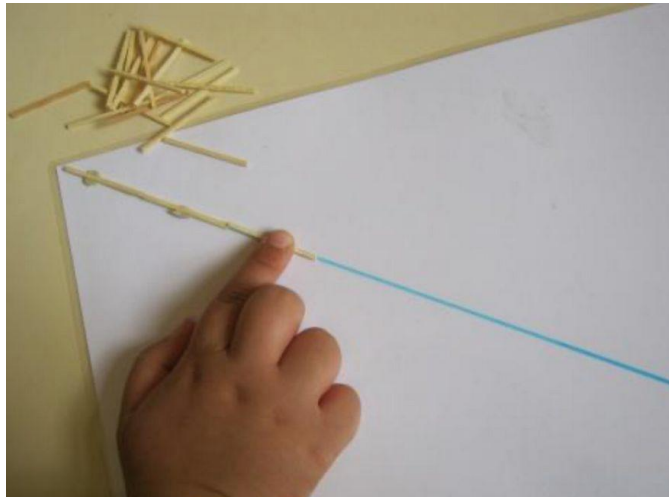


II) LE MESURAGE

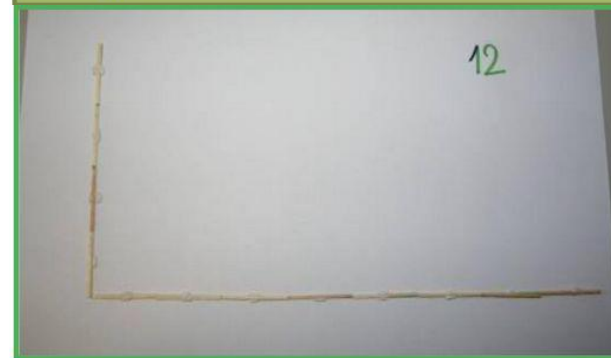
A/ Objet de référence : choix d'un étalon puis mesurage

longueur

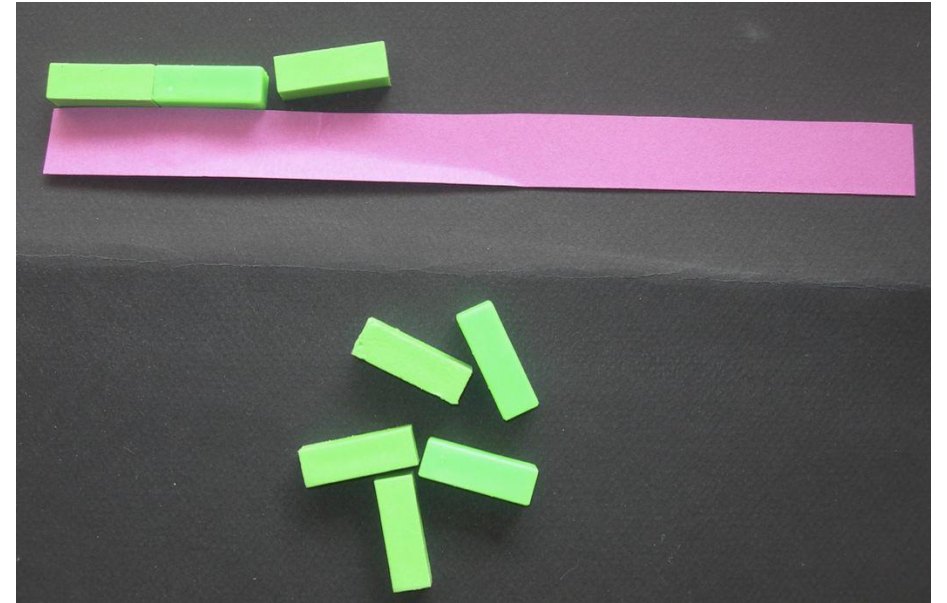
Choix de l'étalon,
disponible en plusieurs
exemplaires puis
mesurage



La ligne bleue mesure 11 bâtons.



La ligne verte mesure 12 bâtons.



F LATHURAZ et C CANTALUPI

Estimation :
La longueur est « entre ... et ... »



II) LE MESURAGE

A/ Objet de référence : choix d'un étalon puis mesurage



contenance



Gobelet étalon

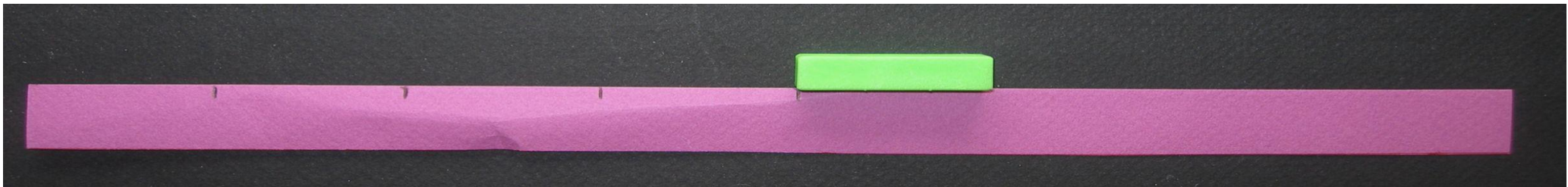
Pour mesurer ce que peut contenir la bouteille, on peut compter combien il faut de gobelets pour remplir la bouteille. Le gobelet utilisé s'appelle un étalon.



II) LE MESURAGE

B/ Construire un référent gradué à l'aide de l'étalon puis l'utiliser

longueur



F LATHURAZ et C CANTALUPI

→ Un seul étalon, donc nécessité de « fabriquer » un référent gradué, ici la règle.

→ Utiliser cette « règle » pour mesurer.

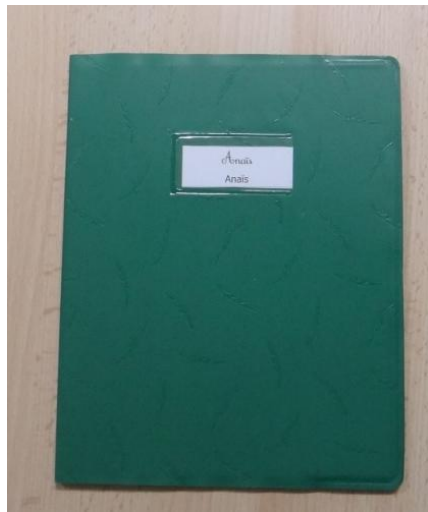
Travail du geste du mesurage et de l'écriture du résultat : cet objet mesure 4 unités.



II) LE MESURAGE

B/ Construire un référent gradué à l'aide de l'étalon puis l'utiliser

masse



*Pour l'enseignant seulement ,
connaissance de l'ordre de grandeur
différentes masses :100g, 1kg, 10g, 1g*

durée



II) LE MESURAGE

B/ Construire un référent gradué à l'aide de l'étalon puis l'utiliser

contenance

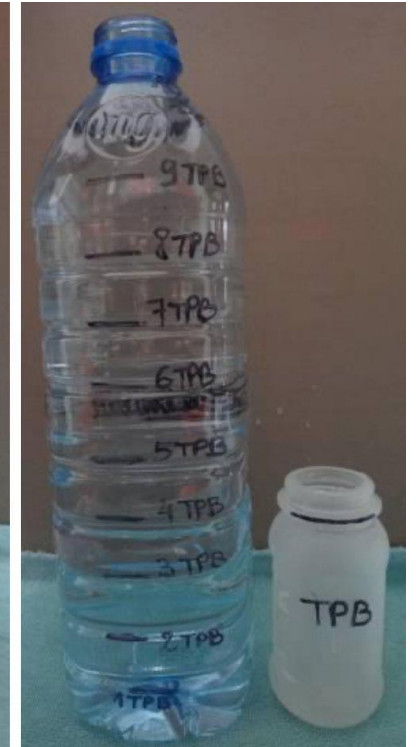
M JOUGLET et H MORAND *Grandeurs et mesures*



Graduation avec l'étalon :
Petite Bouteille



Graduation avec l'étalon :
Gobelet



Graduation avec l'étalon :
Toute Petite Bouteille



II) LE MESURAGE

C) Les unités de référence

→ créées **pour des besoins de communication**

Points de vigilance :

- Associer les unités de référence à des objets familiers ou à des parties du corps qui seront, au début, la référence de l'enfant.

→ On découvre aussi la nécessité **d'adapter l'unité de mesure à la grandeur à mesurer.**

Des **conversions** peuvent devenir nécessaires.

La construction et l'utilisation d'instruments de mesure, la nécessité d'utiliser des sous-unités, entrent aussi dans cette dernière étape accompagnant les calculs.



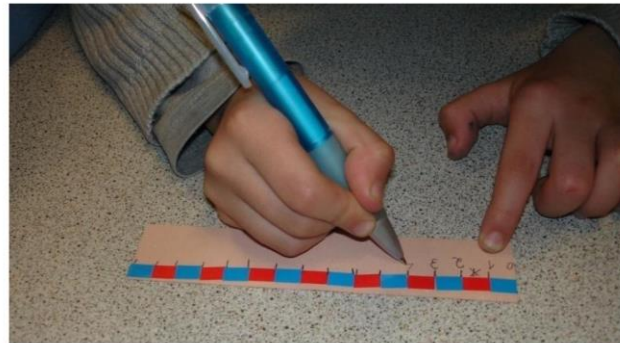
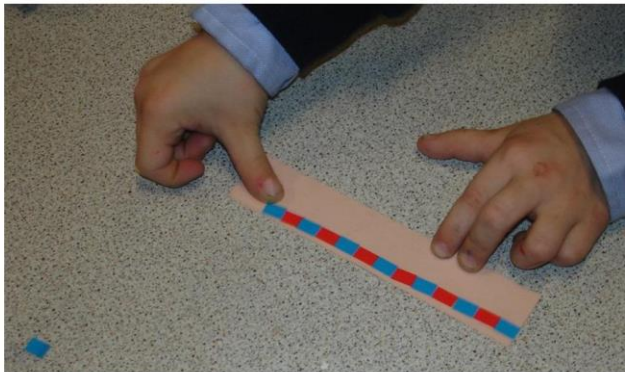
II) LE MESURAGE

C) Les unités de référence

longueur



1 cm



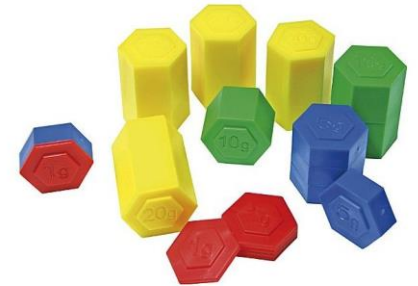
Problème pour communiquer

→ **utilisation étalon commun**

→ **unité conventionnelle**

Construction d'une règle avec report de l'unité : $8\text{cm} = 8 \times 1\text{cm}$

masse



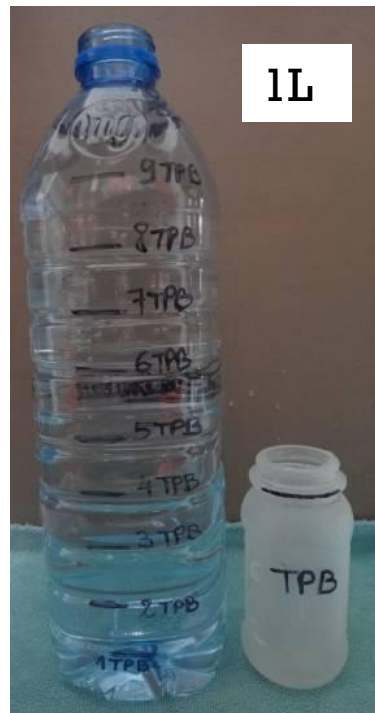
Mesurer avec des étalons du SI :
Les masses marquées



II) LE MESURAGE

C) Les unités de référence

contenance



Apporter à l'école un objet de la vie quotidienne qui contient 1L.

durée



Étalon SI



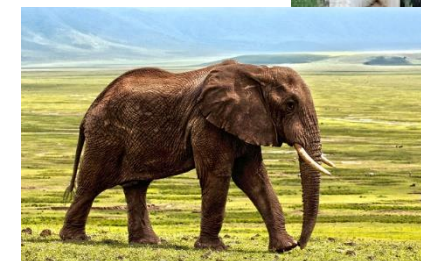
II) LE MESURAGE

C) Les unités de référence

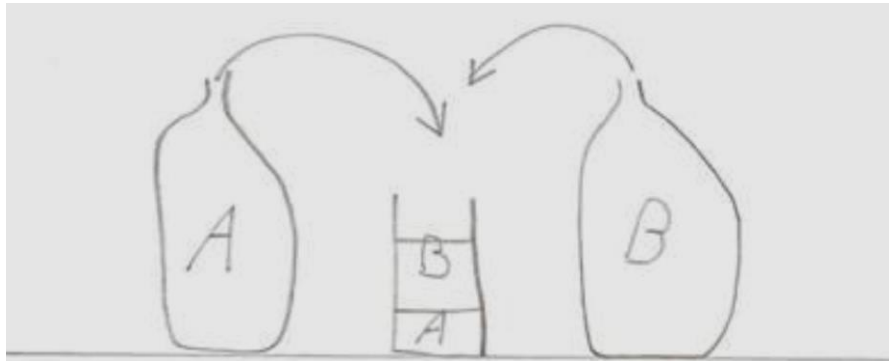
- Associer les unités de référence à des « objets » familiers pour avoir une image mentale associée à un ordre de grandeur → pouvoir estimer des mesures



La base 60 est encore utilisée pour le comptage du temps par exemple.
1 heure = 60 minutes
1 minute = 60 secondes

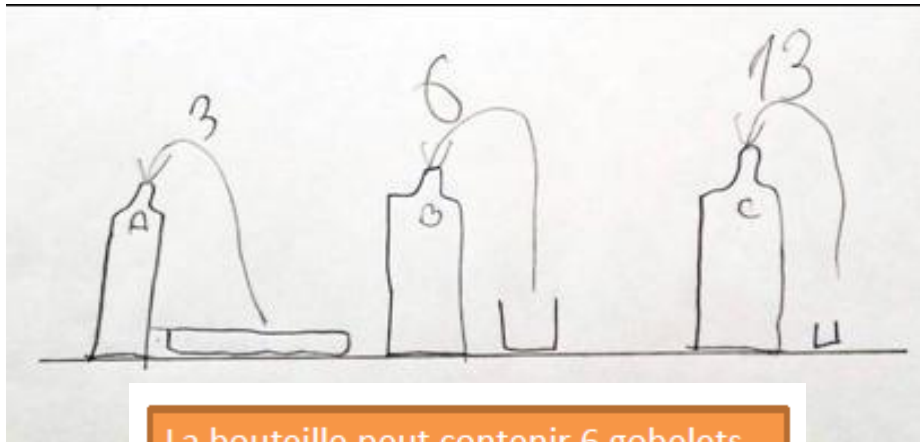


DES REPRÉSENTATIONS ET ÉCRITS D'ÉLÈVES



La bouteille A est plus lourde que la bouteille B.

La ligne bleue mesure 11 bâtons.
La ligne verte mesure 12 bâtons.



La bouteille peut contenir 6 gobelets.
La boîte peut contenir 8 gobelets.



DES TRACES ÉCRITES POUR FORMALISER

Pour mesurer ce que peut contenir la bouteille, on peut compter combien il faut de gobelets pour remplir la bouteille. Le gobelet utilisé s'appelle un étalon.

Pour peser un objet, on peut compter combien il faut de cubes pour équilibrer la balance. Le cube utilisé s'appelle un étalon.

Pour mesurer la longueur d'un objet, on peut compter le nombre de bâtons qu'il faut du début à la fin de l'objet à mesurer. Ce bâton s'appelle un étalon.



CONCLUSION



Démarche au cycle 2 :

D1. Privilégier la manipulation d'objets réels

- Situations concrètes issues de la vie courante ou d'autres disciplines.
- Enjeu : comprendre à quoi correspondent les grandeurs > distinguer ce qui relève de la longueur, de la masse, etc.



D2. Point de vigilance concernant les affichages et supports écrits

- Ils impliquent une capacité d'abstraction (symbolisme).
- Ils ne prendront du sens qu'après une expérience avec des objets réels.



D3. Travailler d'abord les grandeurs pour elles-mêmes, indépendamment des mesures.

- Associer plusieurs grandeurs à 1 objet.
- Comparer deux objets selon une même grandeur.



D4. Introduire ensuite le travail de mesure de la grandeur retenue en donnant du sens aux unités usuelles.



D5. Se constituer progressivement un répertoire de références issues du quotidien, utiles pour estimer d'autres mesures.



D6. Elargir ses connaissances à des unités moins préhensibles : kilomètres, tonnes, etc.

Nécessité de répartir les activités sur le cycle → programmations en équipe

