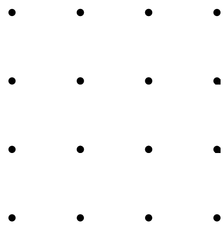
Exemples d'activités géométriques

Les carrés points

Combien peut-on former de carrés de toute dimension dont les sommets sont situés sur les points d'une grille de type 4×4 ?

Remarque : les élèves doivent disposer d'une feuille A4 comportant des grilles 4x4 ou 3x3 selon la tâche demandée



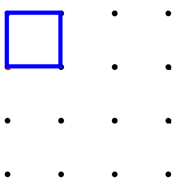
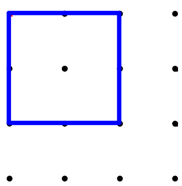
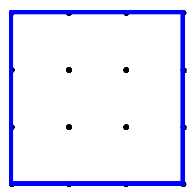
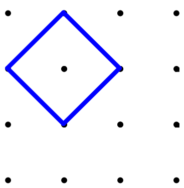
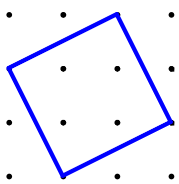
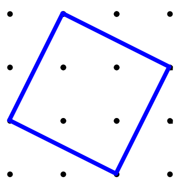
Effectuer cette activité ; réfléchir sur les connaissances et compétences qui vous ont été nécessaires pour réussir la tâche demandée

- matériel : une photocopie comportant des grilles 4×4 pour la recherche

Solutions

La tâche demandée exige de considérer les points de la grille pour y positionner des carrés. Ainsi, le carré de type 1 peut avoir 9 posions possibles, celui de type 2, 4 positions possibles, le type 3 une seule position, cela conduit à 14 carrés « horizontaux ».

De même on trouve 6 carrés en position oblique.

Type 1 	Type 2 	Type 3 
Type 4 	Type 5 	Type 5 bis 

<u>**Analyse de la tâche**</u>

La situation proposée peut être donnée **au cycle 2** en commençant par une grille 3×3.

Comprendre que des propriétés d'une figure ne dépendent pas de sa position ou de son orientation est un objectif des apprentissages géométriques à l'école.

Les élèves ont généralement une conception du carré par ses côtés, ou comme une surface. La situation proposée amène à considérer le carré par ses sommets.

Cette question suppose des connaissances géométriques relatives au carré pour pouvoir en construire. En même temps, elle fait intervenir des compétences liées à la visualisation spatiale dans un espace à deux dimensions.

Dans les situations proposées aux élèves en classe, le carré est souvent en position prototypique. (côtés parallèles aux bords de la feuille). C'est le cas des solutions de types 1, 2 et 3. On peut penser qu'au cycle 2, ces solutions sont accessibles facilement aux élèves. Les solutions de types 4, 5 et 5bis supposent d'envisager des carrés ayant subi une rotation, et de considérer que malgré la rotation, les propriétés du carré sont conservées. Or lorsque la perception seule est mobilisée, les élèves identifient un losange dans la figure 4. Une autre difficulté concerne les carrés de type 5 et 5bis. Pour de nombreux élèves, ces carrés de type 5 et 5bis ne sont pas superposables, du fait de leur orientation.

La principale difficulté de la tâche réside donc dans la non-perception de ces carrés en position oblique.

<u>**Les contraintes liées au support**</u>

La grille comporte 16 points. Réussir la tâche nécessite de considérer 4 points parmi ces 16 points comme candidats potentiels pour les sommets d'un carré. Un travail qui consisterait à prendre 4 points au hasard serait fastidieux. Prévoir parmi les points ceux qui correspondent aux sommets d'un carré nécessite d'avoir une représentation mentale du carré, de relier mentalement ces points, de conserver en mémoire les points sélectionnés, les segments déjà tracés, ce qui peut constituer une charge en mémoire de travail.

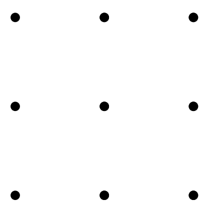
<u>**Développement de compétences relatives à la résolution de problème**</u>

L'analyse précédente montre que cet exercice relève de la résolution de problèmes. le travail d'anticipation constitue l'activité mathématique. Les solutions ne sont pas immédiatement disponibles, elles nécessitent un travail de recherche. La vérification peut s'accompagner des questions de type « est-ce un carré ? », « les sommets sont-ils des points du quadrillage ? », « est-ce une nouvelle solution ? », etc. certaines erreurs peuvent donc être immédiatement repérées et corrigées par l'élève. Le professeur peut relancer l'activité de recherche en indiquant par exemple de s'assurer qu'il n'existe pas d'autres solutions. N'oublions pas des compétences générales en planification de la tâche.

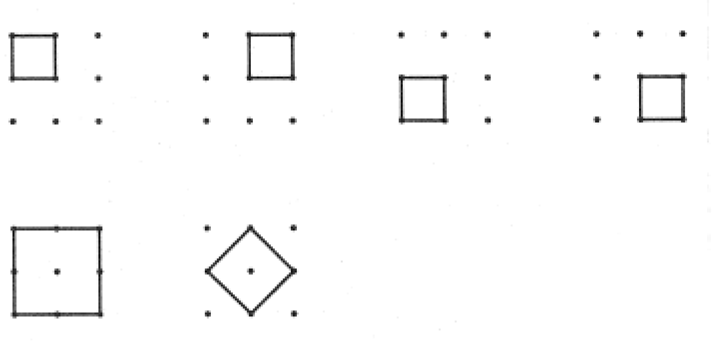
<u>**Visualisation spatiale**</u>

Objectif : se représenter mentalement et visuellement l'image d'un objet ayant subi une manipulation ou une transformation ; transposer les propriétés inhérentes à cet objet

1. Combien peut-on former de carrés de toute dimension dont les sommets sont situés sur les points d'une grille de type 3×3 ?



La tâche demandée porte sur un aspect des compétences spatiales : la visualisation spatiale. Il s'agit de l'habileté à se représenter une ou des transformations d'un objet dans un espace à 2 ou 3 dimensions. La principale difficulté réside dans la non-perception des carrés en position oblique. Une autre difficulté peut résider dans la consigne : doit-on exploiter toutes les positions possibles occupées par le carré 1×1 par exemple ? ou s'agit-il de trouver des carrés tous différents. Dans un cas, on a 3 carrés tous différents, dans un autre 6 carrés. La consigne doit donc être précisée.



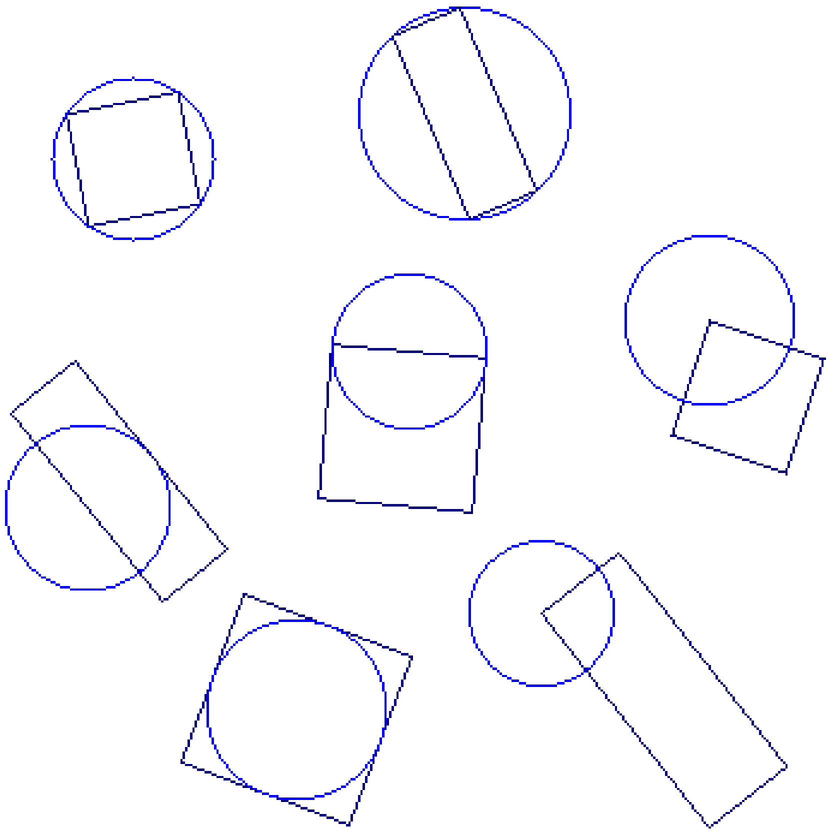
Dictées orales de figures

Les dictées orales de figures peuvent permettre aux élèves d'apprendre à interpréter un vocabulaire spatial et géométrique adapté. De plus, les élèves ont à mémoriser les informations, anticiper sur certaines constructions, mobiliser des images mentales pour décider des conclusions possibles. Les textes sont courts et les élèves se centrent plus sur le traitement des relations entre les données.
Pour ces dictées orales de figures, les variantes liées à la tâche de l'élève et à la forme de la description.

A partir de la description, l'élève peut avoir à construire la figure à main levée ou aux instruments, il peut aussi avoir à achever une construction. Par exemple, le maître lit le programme une à trois fois maximum pour que l'enfant commence à se représenter la figure à construire, puis réalise la figure à main levée, et enfin la construise avec des instruments. Une autre variante a pour but de renforcer certains aspects tels que la position relative des objets. Pour cette variante, l'enseignant propose une fiche sur laquelle sont déjà disponibles certaines figures de base (carré, triangles, rectangles.), l'élève n'ayant plus qu'à achever la construction en tenant compte de la suite des instructions. Ainsi, dans les exemples ci-dessous, les figures de base sont le carré ou le rectangle, la deuxième figure à construire étant un cercle dont la position du centre est un élément de la figure de base (sommet, centre, milieu d'un côté…), le cercle passant par un autre de ces éléments.

Pour chacune de ces variantes, la description des figures peut être globale, ou correspondre à un programme de construction traditionnel. Une description globale pourrait être ***« ma figure est composée d'un carré et d'un cercle, le centre de mon cercle est le centre du carré ; mon cercle passe par les sommets du carré ».*** Un programme de construction classique pourrait être *« construire un carré ABCD, tracer ses diagonales [AC] et [BD] . Elles se coupent en O. Construire le cercle de centre O et de rayon OA, effacer les diagonales ».*

Afin d'aider les élèves à mémoriser les étapes, il est possible de varier la complexité des messages, leur longueur, de les répéter, de traiter pas à pas les effets du programme. La fréquence de ces dictées est un facteur important dans l'acquisition des compétences visées (anticipation, mémorisation, vocabulaire,…).



Exemple des situations de communication

Les situations de communication sont reconnues pour leur intérêt. D'une part elles donnent aux maîtres des indications sur les acquis des élèves, d'autre part elles permettent aux élèves de prendre conscience de la nécessité d'un langage commun, d'un répertoire fonctionnel pour résoudre les problèmes relatifs à l'espace et à la géométrie et faisant intervenir les phases d'action, de formulation, et de validation.
voici deux variantes pour la mise en place de ces situations de communication.

1ère variante,

L'enseignant choisit 2 figures A et B pour la séance et répartit les élèves en deux grands groupes.

Etape 1 : Chaque groupe de type A (respectivement B) reçoit sa figure, la décrit pour que le groupe B (respectivement A) l'identifie parmi plusieurs configurations disponibles qui seront données à l'étape 2 par le maître.

Etape 2, les élèves des deux groupes A et B échangent leurs messages. L'enseignant leur fournit alors une fiche comportant diverses configurations parmi lesquelles se trouve la figure décrite par le groupe émetteur. Les élèves doivent identifier cette figure.

Etape 3, il y a confrontation entre les groupes associés pour analyser les messages, les modifier éventuellement.

Etape 4, l'enseignant organise une mise en commun suivie d'une synthèse. La synthèse porte sur les points géométriques et sur des aspects méthodologiques.

2ème variante

Chaque groupe de type A (ou B) décrit la figure reçue pour que le groupe de type B (ou A) la construise.
Etape 2, les élèves A ou B doivent construire la figure à partir du message reçu.

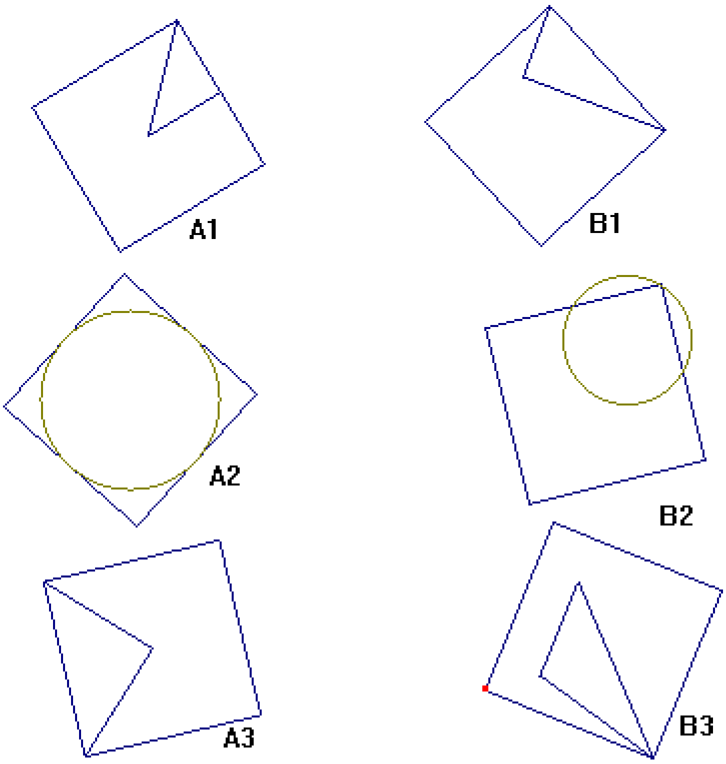
Etape 3, la confrontation entre récepteurs et messagers doit permettre de repérer les manques et les réussites, et de modifier le message.

La mise en commun et la synthèse s'effectuent comme ci-dessus

La 1ère variante permet de mettre l'enjeu sur le message, afin d'éviter certains écueils lors de la phase de confrontation parfois constatée avec la variante 2. En effet, cette phase de confrontation peut être délicate à gérer, les élèves récepteurs ayant parfois tendance à modifier leurs figures pour les rendre conformes au modèle, au lieu de modifier les messages, ce qui transforme finalement la tâche initiale de formulation en une tâche de reproduction. Cette variante peut à notre avis favoriser l'appropriation de la tâche attendue par les élèves, avant de leur proposer la deuxième variante.

.

Exemples de figures de type A et B : les figures doivent être constituées de figures de base identiques de telle sorte que la synthèse porte sur les mêmes éléments.



Ainsi, dans les exemples ci-dessus, les figures A et B sont suffisamment proches par leurs propriétés (mêmes figures de base, positions relatives faisant intervenir des éléments de la même figure, ici le carré).

Les jeux de portrait

le jeu du portrait est une situation de communication particulière visant à aider les élèves à comprendre qu'une figure plane (ou un solide) est caractérisée par ses propriétés, à favoriser la mise en place et l'emploi d'un vocabulaire approprié et à développer des compétences en argumentation. L'élève doit résoudre un problème visant à identifier une figure plane (ou un solide). Pour cela, il cherche à élaborer un questionnement pertinent et à déduire des informations obtenues la solution à ce problème. En même temps, il doit élaborer une stratégie pour choisir une figure plane et poser des questions, éliminer les figures qui ne conviennent pas, ce qui l'oblige à analyser les figures, mais aussi les réponses aux questions posées par lui-même et par les autres élèves. Une fois la figure trouvée, l'enseignant peut reprendre avec les élèves l'ensemble des stratégies ayant conduit à cette réponse (questions posées, aspects méthodologiques).

Renforcer l'acquisition des propriétés communes des quadrilatères particuliers en CM

Pour de nombreux élèves, un quadrilatère ayant des diagonales de même longueur est un rectangle. Proposer des situations de recherche de quadrilatères vérifiant diverses contraintes relatives à l'orthogonalité, au parallélisme, aux longueurs des côtés ou des diagonales, à la présence d'axes de symétrie, peut aider à mieux s'approprier la notion de propriété suffisante pour caractériser une figure.

Les propriétés visées peuvent être :

P1 : recherche de quadrilatères ayant au moins deux angles droits

P2 : recherche de quadrilatères ayant au moins deux côtés parallèles

P3 : recherche de quadrilatères ayant au moins un axe de symétrie

P4 : recherche de quadrilatères ayant des diagonales de même longueur

P5 : recherche de quadrilatères ayant des diagonales perpendiculaires

P6 : recherche de quadrilatères ayant des diagonales de même milieu.

Le but principal est de faire prendre conscience aux élèves qu'une propriété ne suffit pas toujours pour caractériser un quadrilatère, mais aussi de travailler sur l'expression « au moins ». Il s'agit d'activités de résolution de problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas de procédure éprouvée. Ils doivent tester des hypothèses, les rejeter ou les valider. Une difficulté consiste à commencer la recherche sur des quadrilatères connus, de vérifier s'ils respectent la contrainte Pn, et de se limiter ainsi aux quadrilatères usuels. D'où la nécessité d'activités préparatoires permettant aux élèves de rencontrer des quadrilatères quelconques avant toute recherche.